



# UNIVERSITÀ DI PISA

---

## TEORIA GEOMETRICA DELLA MISURA

**GIOVANNI ALBERTI**

Anno accademico 2019/20  
CdS MATEMATICA  
Codice 225AA  
CFU 6

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
TEORIA GEOMETRICA DELLA MISURA	MAT/05	LEZIONI	42	GIOVANNI ALBERTI

### Obiettivi di apprendimento

#### *Conoscenze*

Alla fine di questo corso lo studente dovrebbe avere una solida conoscenza dei fondamenti della teoria geometrica della misura (misure di Hausdorff, caratterizzazione delle dimensioni, insiemi rettificabili) e di alcune sue applicazioni (verranno trattati uno o due dei seguenti argomenti: insiemi di perimetro finito, correnti, varifold).

#### *Modalità di verifica delle conoscenze*

Esame orale.

#### *Capacità*

Alla fine del corso lo studente dovrebbe poter comprendere almeno l'introduzione di una pubblicazione sull'argomento. Dovrebbe inoltre essere in grado di completare una dimostrazione partendo da una traccia e per quanto riguarda le dimostrazioni svolte nel corso, essere in grado di aggiungere i dettagli di omessi a lezione.

#### *Prerequisiti (conoscenze iniziali)*

I corsi standard di analisi e geometria della laurea di primo livello in Matematica a Pisa, e in particolare la teoria di base della misura e dell'integrazione secondo Lebesgue. Un corso avanzato sulle basi dell'analisi funzionale, inclusa la teoria di base degli spazi di Sobolev.

#### *Indicazioni metodologiche*

Il corso consisterà di una serie di lezioni frontali tenute in italiano o inglese, a seconda dell'audience.

#### *Programma (contenuti dell'insegnamento)*

Prima parte: le basi

- Fondamenti di teoria della misura: teoremi di ricoprimento, teorema di Radon-Nikodým, misure esterne e costruzione di Caratheodory.
- Misura e dimensione di Hausdorff e loro proprietà fondamentali. Struttura delle misure con densità  $d$ -dimensionali finita e positiva. Frattali auto-simili nel senso di Hutchinson.
- Funzioni di Lipschitz, formule di area e coarea.
- Insiemi rettificabili. Spazio tangente approssimativo a un insieme rettificabile. Criteri di rettificabilità.

Seconda parte: argomenti avanzati (verranno trattati uno o due dei seguenti)

- Funzioni a variazione limitata in più variabili (BV). Insiemi di perimetro finito: definizione, proprietà di base, compattezza. Frontiera essenziale e teorema di struttura degli insiemi di perimetro finito. Regolarità di base per gli insiemi di perimetro minimo. Applicazioni: teoremi di esistenza per il problema del Plateau (in codimensione uno) e per problemi di capillarità.
- Variazione prima dell'area (per superfici regolari). Varifold rettificabili con curvatura media in  $L^p$ , teorema di regolarità di Allard.
- Correnti. Prerequisiti di algebra multi-lineare. Definizione generale di corrente, bordo, massa. Correnti normali / rettificabili / intere. Compattezza per le correnti normali. Teorema di chiusura di Federer-Fleming per le correnti intere. Strumenti: push-forward, formula di omotopia, teorema di deformazione, slicing (e dimostrazione del teorema di chiusura di Federer-Fleming).



## UNIVERSITÀ DI PISA

---

### Bibliografia e materiale didattico

- K. Falconer: The geometry of fractal sets. Cambridge University Press, 1985.
- P. Mattila: Geometry of sets and measures in Euclidean spaces. Cambridge University Press, 1995.
- L. Ambrosio, N. Fusco, D. Pallara: Functions of bounded variation and free discontinuity problems. Oxford University Press, 2000.
- L. Simon: Lectures on Geometric Measure Theory. Proceedings of the Centre for Mathematical Analysis, vol. 3. Australian National University, 1983.
- S.G. Krantz, H.R. Parks: Geometric Integration Theory. Cornerstones. Birkhäuser, Boston 2008.

### Modalità d'esame

L'esame finale si divide in due parti: un seminario preparato dallo studente su un argomento proposto dal docente e un esame orale standard.

### Altri riferimenti web

Pagina web del docente: <http://pagine.dm.unipi.it/alberti/didattica/didattica.html>

*Ultimo aggiornamento 05/08/2019 16:52*