UNIVERSITÀ DI PISA

ALGEBRA LINEARE

FRANCESCA ACQUISTAPACE

Anno accademico	2019/20
CdS	INGEGNERIA DELL'ENERGIA
Codice	521AA
CFU	6

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
ALGEBRA LINEARE	MAT/03	LEZIONI	60	FRANCESCA ACQUISTAPACE VINCENZO MARIA TORTORELLI

Obiettivi di apprendimento

Conoscenze
Nozioni di Geometria Analitica nel piano e nello spazio.
Spazi vettoriali ed applicazioni lineari
L'algebra delle matrici
Determinanti
Autovalori ed autovettori, criteri di diagonalizzabilita`.
Il teorema spettrale (per il prodotto scalare euclideo in R^n).

Modalità di verifica delle conoscenze
Esame orale

Capacità
Sapersi muovere con le matrici e i sistemi lineari. Riconoscere dipendenza e indipendenza lineare.
Saper dimostrare teoremi semplici ed avere consapevolezza se l'argomento usato prova o non prova.

Modalità di verifica delle capacità
Esame scritto e orale

Prerequisiti (conoscenze iniziali)
Le quattro operazioni.

Programma (contenuti dell'insegnamento)
Geometria analitica
Rette e piani nello spazio a tre dimensioni e loro posizioni reciproche
Ortogonalit` a e parallelismo Proiezioni ortogonali.
Prodotto scalare e sua biinearita`. Estensione del prodotto scalare a R^n.

Sistemi lineari
Matrice dei coefficienti.
Definizione di soluzione.
La matrice A come applicazione di R^q in R^p che associa a X in R^q il vettore di R^p che `e combinazione lineare delle colonne di A con coefficienti le coordinate di X.
Le soluzioni come intersezione di iperpiani.
Operazioni di Gauss. Esse non cambiano l' insieme delle soluzioni.
Riduzione a scala con il metodo di Gauss.
Variabili libere e pivots. Esempi.
Spazi vettoriali
Struttura di R^n ,
Spazi vettoriali, esempi: R[x], matrici, funzioni da A a R , Funzioni continue sull'intervallo [0, 1].
Sottospazi. Soluzioni di un sistema omogeneo come sottospazio di R^q .

Combinazioni lineari, dipendenza e indipendenza lineare.
W e` sottospazio se e solo se `e chiuso per combinazioni lineari.
Span di una famiglia di vettori (anche infinita).
Base di uno spazio vettoriale.
Una base e` un insieme massimale di vettori indipendenti e un insieme minimale di generatori.
Teorema del completamento.
Teorema: ogni spazio vettoriale ha una base. Prova solo per spazi V =span{v1 , ..., vk }.
Base = vettori indipendenti tra i vettori {v1 , ..., vk }.
Sottospazi, calcolo di basi, in particolare dello spazio di soluzioni di un sistema omogeneo.
Intersezione e somma di sottospazi.
Teorema di Grassman,
Somme dirette, supplementari, esempio un sottospazio ed il suo ortogonale.
Azione di una matrice a p righe e q colonne su R^q .
Applicazioni lineari.
Le applicazioni lineari di R^q in R^p sono matrici a p righe e q colonne.
Dati valori in W a una base di V , c'e` un'unica applicazione lineare di V in W con quei valori.
Nucleo e Immagine di una applicazione lineare.
Struttura lineare dell`insieme di applicazioni lineari tra V e W .
Teorema della dimensione. Rango di un'applicazione lineare.
A e la sua trasposta hanno lo stesso rango.
Isomorfismo tra L(V, W) e lo spazio delle matrici di giusta stazza.
Applicazione ai sistemi lineari: le equazioni sono elementi di L(Rq , R) e le operazioni di Gauss calcolano una base dello span di questi elementi.
Matrice associata a Id : V - > V .
Prodotto di matrici righe per colonne corrisponde alla composizione.
Regole del prodotto (distributivita` a destra e a sinistra, moltiplicazione per un numero).
Unicita` del`inversa di una matrice quadrata di rango massimo.
Calcolo dell'inversa con il metodo di Gauss.
Inversa di un prodotto, trasposta di un prodotto. Inversa della trasposta di una matrice invertibile.
Teorema: nello spazio delle matrici quadrate n x n le matrici non invertibili sono divisori di zero a destra e a sinistra.
Determinanti
Determinanti nel caso 2 x2.
Proprieta` richieste: linearita` sulle righe, annullarsi se due righe sono uguali, valore 1 su I.
Conseguenze delle proprieta` richieste: valore obbligato su matrici diagonali, su matrici triangolari superiori e quindi sulle matrici a scala.
Unicita` del determinante.
Esistenza (con la regola di Laplace per colonna).
Si puo` fare per righe. d(A) = d(A^T).
Teorema di Binet.
Endomorfismi di uno spazio vettoriale
Classe di similitudine di una matrice quadrata.
Il centro di GL(n, R).
Autovettori ed autovalori.
Polinomio caratteristico e sua invarianza per similitudine.
Traccia e determinante sono invarianti per similitudine.
Molteplicita` algebrica e molteplicita` geometrica di un autovalore. Criterio di diagonalizzazione.
Il polinomio minimo. Criterio di diagonalizzazione tramite polinomio minimo.

Triangolabilita`. Matrici nilpotenti.

Prodotto scalare e matrici
Matrici ortogonali, caratterizzazione. Il caso n = 2 e n = 3.
Tutti gli autovalori (reali e complessi) di una matrice ortogonale hanno modulo 1.
Decomposizione di Rn in somma diretta ortogonale di spazi invarianti per una applicazione ortogonale.
Matrici simmetriche.
Teorema spettrale: A `e simmetrica se e solo se in Rn c'e` una base ortonormale di autovettori per A.

Bibliografia e materiale didattico

M.Abate Algebra lineare (o qualsiasi libro di Algebra lineare che copra gli stessi argomenti
Dispense e scritti di esame
http://people.dm.unipi.it/acquistf/didattica/Ingegneria/

Indicazioni per non frequentanti

La frequenza e` caldamente consigliata. Chi non puo` frequentare puo` studiare sul libro di testo e sulle dispense in rete.
Sarebbe opportuno frequentare il ricevimento anche su appuntamento via mail.

Modalità d'esame

Esame scritto ed orale. E` ammesso all'orale  chi prende la sufficienza nella prova scritta. L'orale puo` essere dato anche in un appello successivo entro i limiti dell'anno in corso, cioe` entro l'appello di Settembre.

Altri riferimenti web

in

Ultimo aggiornamento 03/09/2019 17:23