



# UNIVERSITÀ DI PISA

---

## MATHEMATICAL METHODS FOR ECONOMICS

**MAURO SODINI**

Anno accademico 2019/20  
CdS ECONOMICS  
Codice 436PP  
CFU 12

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
MATHEMATICAL METHODS FOR ECONOMICS	SECS-S/06	LEZIONI	84	LAURA CAROSI MAURO SODINI

### Obiettivi di apprendimento

#### *Conoscenze*

Il Corso si propone di fornire una solida preparazione di base necessaria per affrontare i corsi successivi programma del corso di laurea. Alla fine del corso lo studente dovrà conoscere gli strumenti matematici necessari per la comprensione dei modelli economici che gli/le verranno presentati nei corsi avanzati di economia.

#### *Modalità di verifica delle conoscenze*

Le conoscenze dello studente saranno verificate mediante lo svolgimento di una prova scritta.

#### *Capacità*

Alla fine del corso, lo studente dovrà acquisire una notevole padronanza degli strumenti matematici presentati nel corso. Tale competenza sarà di ausilio nella comprensione ed assimilazione dei successivi corsi presenti nel corso di studio, con particolare riferimento a quelli di area economica e statistica. Inoltre lo studente dovrà essere capace di:

- risolvere esercizi sugli argomenti presentati nel corso
- effettuare calcoli con precisione ed accuratezza
- enunciare e dimostrare in modo rigoroso i teoremi dimostrati durante il corso
- fare proprie tecniche dimostrative
- studiare la relazione tra teoria ed esercizi
- formalizzare ed interpretare un modello economico tramite l'ausilio di strumenti matematici

#### *Modalità di verifica delle capacità*

Durante la prova scritta, lo studente dovrà risolvere con accuratezza gli esercizi ed enunciare e dimostrare in modo rigoroso alcuni teoremi presentati durante il corso. La capacità di mettere in relazione gli aspetti teorici necessari per lo svolgimento degli esercizi sarà oggetto di specifica valutazione così come l'utilizzo di una terminologia ed un linguaggio matematico appropriato. Inoltre, allo studente è richiesto di saper usare gli strumenti matematici imparati per "leggere" ed interpretare i modelli economici.

#### *Comportamenti*

Alla fine del corso, lo studente vedrà consolidate le sue abilità nel comprendere, formalizzare e risolvere un problema secondo il linguaggio ed il rigore propri della matematica. Inoltre dovrà acquisire una preparazione matematica necessaria a formalizzare, sviluppare ed interpretare i modelli economici.

#### *Modalità di verifica dei comportamenti*

Durante l'esame, lo studente dovrà dimostrare le sue capacità di applicare i concetti matematici che ha imparato nel corso.

#### *Prerequisiti (conoscenze iniziali)*

Funzioni ad una e due variabile.  
Nozioni base di algebra lineare (matrici e sistemi lineari)  
Nozioni base riguardanti equazioni differenziali ed alle differenze.



## UNIVERSITÀ DI PISA

---

### Indicazioni metodologiche

Metodo di insegnamento: lezioni frontali (fortemente consigliate).

Attività per l'apprendimento: frequenza alle lezioni ed esercitazioni, studio individuale

La frequenza non è obbligatoria, ma consigliata.

### Programma (contenuti dell'insegnamento)

#### Part I. Topologia, teoremi di punto fisso e teoremi di separazione

- Spazi Euclidei: successioni e serie in  $\mathbb{R}$  ed in  $\mathbb{R}^n$ .
- Spazi metrici: successioni, compattezza, completezza. Teoremi di punto fisso.
- Funzioni continue su spazi metrici. Funzioni continue su insiemi compatti.
- Corrispondenze e teoremi di punto fisso.
- Insiemi convessi e teoremi di separazioni.

#### Part II – Algebra lineare

- Spazi vettoriali. Matrici. Determinante di una matrice.
- Autovalori e autovettori.
- Diagonalizzazione di una matrice. Forme canoniche.
- Funzioni lineari su spazi vettoriali. Funzioni lineari e matrici

#### Part III Funzioni di più variabili in $\mathbb{R}^n$

- Gradiente e derivate direzionali.
- Differenziabilità e differenziale di una funzione.
- Formula di Taylor.
- Teorema di Eulero.

#### Part IV - Ottimizzazione statica

- Teorema della funzione implicita: applicazioni.
- Ottimizzazione libera
- Ottimizzazione vincolata: vincoli di uguaglianza. Moltiplicatori di Lagrange.
- Ottimizzazione vincolata: vincoli di disuguaglianza. Moltiplicatori di Lagrange.
- Convessità generalizzata.
- Teorema dell'involuppo.

#### Part V- Sistemi dinamici

- Sistemi di equazioni alle differenze.
- Sistemi di equazioni differenziali.
- Applicazioni economiche.

#### Part VI - Ottimizzazione dinamica

- Richiami su integrazione di Riemann.
- Ottimalità in tempo continuo: controllo ottimo, principio del massimo.
- Ottimalità in tempo discreto: principio del massimo e cenni di programmazione dinamica.
- Equazione di Bellman ed equazione di Eulero.

### Bibliografia e materiale didattico

1. Liptschutz, M. Lipson, Schaum's Outline of Linear Algebra, Fourth Edition, McGraw Hill, 2009 (Chapters 1-10).
- R. Bronson, Matrix methods, Second Edition, Academic Press, Boston 1991. Chapters 2,5,7,9,10 .
  - K. Sydsaeter, P. Hammond, A. Seierstad, A. Strom, Further Mathematics for Economic Analysis, Second Edition, Prentice Hall, London 2008 (Chapters 2,3,5,6,7,9,10,11,12,13,14, Appendix B)

### Testi consigliati per la consultazione

- Serge Lang, Linear Algebra, Springer 1987 (or Addison Wesley, Reading MA 1971) Chapter 1-8.
- Liptschutz, M- Lipson, Schaum's Outline of General Topology, McGraw Hill, 1968 or later editions.
- Munkres, J. R. Topology a first course. Englewood Cliffs, New Jersey [etc.], Prentice- Hall, Inc., 1975 or later editions.
- Gandolfo, Economic Dynamics, 4th edition, Springer Verlag (2009).
- Shone, Economic Dynamics: Phase Diagrams and their Economic Application, Cambridge University Press, 2003.
- P: Simon and L. Blume, Mathematics for economists, International student ed., New York, London : W.W. Norton, c1994, ISBN



## UNIVERSITÀ DI PISA

---

978-0-393-11752-3.

- Knut Sydsæter, Arne Strøm, Peter Berck, *Economists' mathematical manual* 4.ed, Berlin, Springer, 2005 ISBN 3-540-26088-9
- Antonio Villanacci *Notes for the Math course at the European University Institute* (Disponibile su [https://el.unifi.it/pluginfile.php/426564/mod\\_resource/content/1/math2--2017-08-31.pdf](https://el.unifi.it/pluginfile.php/426564/mod_resource/content/1/math2--2017-08-31.pdf)).

### Modalità d'esame

L'esame è composto da una scritta.

La prova scritta, della durata di 3 ore consiste nello svolgimento di esercizi sugli argomenti del corso. Allo studente è richiesto di enunciare e dimostrare in modo rigoroso alcuni tra i teoremi presentati in classe. La prova si svolge in aula normale ed è suddivisa in due parti: la prima riguarda Topologia ed Algebra Lineare, mentre la seconda è relativa al resto del programma. La prova è sufficiente se lo studente raggiunge almeno 7 punti su ciascuna parte ed un punteggio complessivo di 18.

*Ultimo aggiornamento 12/09/2019 16:54*