



# UNIVERSITÀ DI PISA

---

## MATEMATICHE ELEMENTARI DA UN PUNTO DI VISTA SUPERIORE: ARITMETICA

**ALBERTO COGLIATI**

Academic year 2019/20  
Course MATEMATICA  
Code 065AA  
Credits 6

Modules	Area	Type	Hours	Teacher(s)
MATEMATICHE ELEMENTARI DA UN PUNTO DI VISTA SUPERIORE: ARITMETICA	MAT/04	LEZIONI	48	ALBERTO COGLIATI

### Obiettivi di apprendimento

#### *Conoscenze*

Lo studente potrà acquisire conoscenze in merito alla struttura assiomatica dei principali insiemi numerici (numeri naturali, interi, razionali, reali, complessi, quaternioni) e alla teoria elementare dei numeri.

#### *Modalità di verifica delle conoscenze*

Le conoscenze acquisite saranno valutate attraverso un elaborato scritto da redigersi in occasione dell'appello di esame.

#### *Capacità*

Lo studente sarà messo nelle condizioni di comprendere la struttura assiomatica degli insiemi numerici prima menzionati e di conoscere alcuni rudimenti della teoria dei numeri.

#### *Modalità di verifica delle capacità*

Risoluzione di esercizi.

#### *Comportamenti*

Lo studente acquisirà una buona sensibilità per questioni fondazionali dell'aritmetica elementare.

#### *Modalità di verifica dei comportamenti*

Valutazione attraverso elaborato scritto.

#### *Prerequisiti (conoscenze iniziali)*

Conoscenze elementari di teoria degli insiemi e di algebra.

#### *Programma (contenuti dell'insegnamento)*

La struttura assiomatica dei numeri naturali. Gli assiomi di Peano-Dedekind. Definizione per ricorsione. Somma e prodotto. Deduzione delle principali proprietà aritmetiche di  $\mathbb{N}$ . Il principio del buon ordinamento. Letture dall'opera di Dedekind "Essenza e significato dei numeri". La costruzione degli interi. L'algoritmo euclideo. Numeri primi. Il teorema fondamentale dell'aritmetica (varie dimostrazioni); sue generalizzazioni all'anello degli interi dei Gauss e degli interi di Hurwitz. Impiego di tali generalizzazioni per la dimostrazione di risultati elementari di teoria dei numeri quali: il teorema dei due quadrati di Fermat e il teorema dei quattro quadrati. Costruzioni dei numeri razionali. Le frazioni di Farey. Costruzione dei numeri reali. Vari approcci. La costruzione di Dedekind e la costruzione di Cantor. Lettura dal pamphlet di Dedekind "Continuità e numeri irrazionali". Numeri reali e retta euclidea. Excursus storico sulle grandezze incommensurabili. Un confronto tra il V libro di Euclide e la costruzione di Dedekind. La costruzione di Hamilton dei numeri complessi. Il corpo dei quaternioni e le rotazioni nello spazio.

#### *Bibliografia e materiale didattico*



## UNIVERSITÀ DI PISA

---

S. Feferman, The number systems, AMS, 1963. Seconda edizione, 2005.

J. Stillwell, Elements of number theory, Springer, 2010.

### Modalità d'esame

Esame scritto che consisterà di due parti: risoluzione di esercizi e redazione di un saggio breve su una traccia assegnata.

*Ultimo aggiornamento 27/09/2019 19:54*