



UNIVERSITÀ DI PISA

MATEMATICHE ELEMENTARI DA UN PUNTO DI VISTA SUPERIORE: ARITMETICA

ALBERTO COGLIATI

Academic year	2019/20
Course	MATEMATICA
Code	065AA
Credits	6

Modules	Area	Type	Hours	Teacher(s)
MATEMATICHE ELEMENTARI DA UN PUNTO DI VISTA SUPERIORE: ARITMETICA	MAT/04	LEZIONI	48	ALBERTO COGLIATI

Obiettivi di apprendimento

Conoscenze

Lo studente potrà acquisire conoscenze in merito alla struttura assiomatica dei principali insiemi numerici (numeri naturali, interi, razionali, reali, complessi, quaternioni) e alla teoria elementare dei numeri.

Modalità di verifica delle conoscenze

Le conoscenze acquisite saranno valutate attraverso un elaborato scritto da redigersi in occasione dell'appello di esame.

Capacità

Lo studente sarà messo nelle condizioni di comprendere la struttura assiomatica degli insiemi numerici prima menzionati e di conoscere alcuni rudimenti della teoria dei numeri.

Modalità di verifica delle capacità

Risoluzione di esercizi.

Comportamenti

Lo studente acquisirà una buona sensibilità per questioni fondazionali dell'aritmetica elementare.

Modalità di verifica dei comportamenti

Valutazione attraverso elaborato scritto.

Prerequisiti (conoscenze iniziali)

Conoscenze elementari di teoria degli insiemi e di algebra.

Programma (contenuti dell'insegnamento)

La struttura assiomatica dei numeri naturali. Gli assiomi di Peano-Dedekind. Definizione per ricorsione. Somma e prodotto. Deduzione delle principali proprietà aritmetiche di \mathbb{N} . Il principio del buon ordinamento. Letture dall'opera di Dedekind "Essenza e significato dei numeri". La costruzione degli interi. L'algoritmo euclideo. Numeri primi. Il teorema fondamentale dell'aritmetica (varie dimostrazioni); sue generalizzazioni all'anello degli interi dei Gauss e degli interi di Hurwitz. Impiego di tali generalizzazioni per la dimostrazione di risultati elementari di teoria dei numeri quali: il teorema dei due quadrati di Fermat e il teorema dei quattro quadrati.

Costruzioni dei numeri razionali. Le frazioni di Farey.

Costruzione dei numeri reali. Vari approcci. La costruzione di Dedekind e la costruzione di Cantor. Lettura dal pamphlet di Dedekind "Continuità e numeri irrazionali". Numeri reali e retta euclidea. Excursus storico sulle grandezze incommensurabili. Un confronto tra il V libro di Euclide e la costruzione di Dedekind.

La costruzione di Hamilton dei numeri complessi. Il corpo dei quaternioni e le rotazioni nello spazio.

Bibliografia e materiale didattico



UNIVERSITÀ DI PISA

S. Feferman, The number systems, AMS, 1963. Seconda edizione, 2005.
J. Stillwell, Elements of number theory, Springer, 2010.

Modalità d'esame

Esame scritto che consisterà di due parti: risoluzione di esercizi e redazione di un saggio breve su una traccia assegnata.

Ultimo aggiornamento 27/09/2019 19:54