



UNIVERSITÀ DI PISA

ALGEBRA LINEARE E ANALISI MATEMATICA II

MASSIMO GOBBINO

Anno accademico 2020/21
CdS INGEGNERIA ELETTRONICA
Codice 591AA
CFU 12

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
ALGEBRA LINEARE	MAT/03	LEZIONI	60	PAOLO LISCA
ANALISI MATEMATICA	MAT/05	LEZIONI	60	MASSIMO GOBBINO

Obiettivi di apprendimento

Conoscenze

Al termine del corso lo studente avrà acquisito le nozioni di base di algebra lineare e del calcolo differenziale e integrale in più variabili.

Modalità di verifica delle conoscenze

L'acquisizione delle conoscenze sarà verificata tramite esercizi in un esame scritto e domande dirette in un esame orale.

Capacità

Al termine del corso lo studente sarà in grado di effettuare le verifiche più importanti e determinare le quantità più rilevanti dell'algebra lineare e del calcolo differenziale ed integrale in più variabili.

Modalità di verifica delle capacità

L'acquisizione delle capacità sarà verificata tramite esercizi in un esame scritto e domande mirate in un esame orale.

Comportamenti

Al termine del corso lo studente saprà affrontare e risolvere semplici problemi di algebra lineare e del calcolo differenziale ed integrale in più variabili.

Modalità di verifica dei comportamenti

L'acquisizione delle competenze sarà verificata chiedendo allo studente di risolvere semplici problemi durante un esame scritto ed un esame orale.

Prerequisiti (conoscenze iniziali)

Modulo di Algebra Lineare

- Tutto il precorso (in particolare polinomi, geometria analitica, trigonometria).
- Parte del corso di Analisi Matematica 1 (in particolare insiemi e funzioni, principio di induzione, numeri complessi).

Modulo di Analisi 2

- Tutto il precorso, in particolare saper disegnare insiemi del piano descritti mediante equazioni e/o disequazioni e saper risolvere sistemi di

UNIVERSITÀ DI PISA

- equazioni.
- Tutto il corso di Analisi Matematica I (studi di funzione, limiti, calcolo integrale).
- Tutto il corso di Algebra Lineare (vettori, geometria analitica nel piano e nello spazio, matrici, forme quadratiche).

Corequisiti
Nessuno

Prerequisiti per studi successivi
I contenuti di questo insegnamento sono prerequisiti per studi successivi.

Indicazioni metodologiche
Lezioni a distanza con messa a disposizione delle registrazioni.

Programma (contenuti dell'insegnamento)

Modulo di Algebra Lineare

- Sistemi lineari e sottospazi affini. Metodo di Gauss. Sistemi omogenei. Teorema di Rouché-Capelli. Equazioni parametriche e cartesiane di un sottospazio affine. Rette e piani nello spazio.
- Spazi vettoriali. Definizione ed esempi. Gli spazi \mathbb{R}^n e \mathbb{C}^n . Dipendenza lineare, generatori e basi. Coordinate. Dimensione. Sottospazi vettoriali. Somma, intersezione, formula di Grassmann, somma diretta.
- Applicazioni lineari e matrici. Definizioni ed esempi. Nucleo e immagine. Algebra delle matrici. Applicazione lineare associata ad una matrice. Matrice associata ad un'applicazione lineare. Cambio di base.
- Determinante. Definizione e significato geometrico. Proprietà caratterizzanti. Sviluppo di Laplace. Teorema di Binet e matrice inversa. Rango.
- Autovalori ed autovettori. Sottospazi invarianti, autovalori, autovettori ed autospazi. Polinomio caratteristico. Esistenza di basi di autovettori e diagonalizzabilità.
- Spazi euclidei reali e complessi. Prodotti scalari. Norma, ortogonalità. Basi ortonormali. Procedimento di ortonormalizzazione di Gram–Schmidt. Prodotto scalare canonico in \mathbb{R}^n e \mathbb{C}^n . Isometrie. Matrici ortogonali. Endomorfismi simmetrici. Teorema spettrale.

UNIVERSITÀ DI PISA

Modulo di Analisi 2

Calcolo differenziale in più variabili

- Lo spazio \mathbb{R}^n . Vettori e operazioni tra vettori. Norma, distanza, prodotto scalare.
- Funzioni di più variabili e loro grafico. Visualizzazione del grafico per funzioni di due variabili: linee di livello e restrizione alle rette (o curve) passanti per un punto.
- Limiti e continuità per funzioni di più variabili. Relazione tra il limite ed il limite delle restrizioni.
- Limiti all'infinito per funzioni di più variabili.
- Derivate parziali e direzionali per una funzione di più variabili e loro significato geometrico. Mancanza di relazioni tra l'esistenza delle derivate parziali e direzionali in un punto e la continuità nel punto stesso.
- Differenziale per funzioni di più variabili e sua interpretazione geometrica in termini di (iper)piano tangente al grafico. Relazione tra le derivate direzionali e le derivate parziali per una funzione differenziabile. Gradiente e suo significato geometrico. Teorema del differenziale totale.
- Derivate successive per funzioni di più variabili. Teorema di inversione dell'ordine di derivazione. Formula di Taylor in due o più variabili.
- Massimi e minimi locali e globali per funzioni di più variabili. Se in un punto di massimo o minimo interno una funzione è differenziabile, allora il suo gradiente si annulla.
- Richiami sulle forme quadratiche in più variabili: nozione di forma definita positiva e definita negativa.
- Matrice Hessiana e comportamento locale di una funzione in un intorno di un punto stazionario. Convessità e concavità in più variabili.
- Insiemi compatti in \mathbb{R}^n . Teorema di Weierstrass per funzioni di più variabili. Generalizzazioni del teorema di Weierstrass nel caso di insiemi non limitati.
- Massimi e minimi vincolati: metodo delle linee di livello.
- Massimi e minimi vincolati: metodo di parametrizzazione del vincolo.
- Massimi e minimi vincolati: metodo dei moltiplicatori di Lagrange.
- Calcolo differenziale per funzioni da \mathbb{R}^n ad \mathbb{R}^m . Matrice Jacobiana.
- Derivazione di funzioni composte. Derivazione di integrali dipendenti da parametro.

Calcolo integrale in più variabili

- Integrale di Riemann per funzioni di due o tre variabili e suo significato geometrico/fisico.
- Formula di riduzione di un integrale doppio a due integrali semplici



UNIVERSITÀ DI PISA

- mediante sezioni.
- Integrali tripli; formule di riduzione per sezioni e per colonne.
- Sfruttamento delle simmetrie per semplificare il calcolo di integrali doppi o tripli.
- Calcolo di aree, volumi e baricentri mediante integrali doppi e tripli.
- Coordinate polari nel piano. Coordinate cilindriche e sferiche nello spazio. Utilizzo delle coordinate polari e sferiche per il calcolo di integrali multipli.
- Formula generale per il cambio di variabili negli integrali doppi.
- Solidi di rotazione. Teorema di Guldino per il volume dei solidi di rotazione.
- Integrali impropri in più variabili: definizioni e studio della convergenza.

Curve, superfici, calcolo vettoriale

- Curve: definizione. Curve chiuse e semplici. Vettore, versore e retta tangente.
- Lunghezza di una curva: definizione e calcolo.
- Integrali curvilinei (integrale di una funzione lungo una curva).
- Forme differenziali.
- Integrale di una forma differenziale lungo una curva. Forme differenziali esatte e potenziali.
- Insiemi connessi, convessi, stellati, semplicemente connessi. Forme differenziali chiuse. Relazioni tra forme differenziali chiuse ed esatte.
- Superfici: definizioni, versore normale, piano tangente.
- Area di una superficie: definizione e calcolo.
- Teorema di Guldino per il calcolo dell'area di una superficie di rotazione.
- Integrali superficiali (integrale di una funzione su una superficie).
- Operatori differenziali: divergenza, rotore, Laplaciano, gradiente.
- Relazioni tra gli operatori differenziali.
- Orientazione di una superficie e del suo eventuale bordo.
- Formula di Gauss-Green (teorema della divergenza): enunciati ed applicazioni.
- Formula di Stokes (teorema del rotore): enunciati ed applicazioni.

Bibliografia e materiale didattico

Modulo di Algebra Lineare

Il docente metterà a disposizione degli studenti le proprie dispense.

Indicazioni per non frequentanti

Nessuna

Modalità d'esame

L'esame consisterà di una prova scritta e di una prova orale. I dettagli delle modalità dipenderanno dalla situazione Covid.

Stage e tirocini

Nessuno

Ultimo aggiornamento 14/08/2020 12:31