



# UNIVERSITÀ DI PISA

---

## MATEMATICHE ELEMENTARI DA UN PUNTO DI VISTA SUPERIORE: ARITMETICA

**ALBERTO COGLIATI**

Anno accademico	2020/21
CdS	MATEMATICA
Codice	065AA
CFU	6

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
MATEMATICHE ELEMENTARI DA UN PUNTO DI VISTA SUPERIORE: ARITMETICA	MAT/04	LEZIONI	48	ALBERTO COGLIATI

Obiettivi di apprendimento

### *Conoscenze*

Lo studente potrà acquisire conoscenze in merito alla struttura assiomatica dei principali insiemi numerici (numeri naturali, interi, razionali, reali, complessi, quaternioni) e alla teoria elementare dei numeri.

### *Modalità di verifica delle conoscenze*

Le conoscenze acquisite saranno valutate attraverso un esame orale.

### *Capacità*

Lo studente sarà messo nelle condizioni di comprendere la struttura assiomatica degli insiemi numerici prima menzionati e di conoscere alcuni rudimenti della teoria dei numeri.

### *Modalità di verifica delle capacità*

Risoluzione di esercizi.

### *Comportamenti*

Lo studente acquisirà una buona sensibilità per questioni fondazionali dell'aritmetica elementare.

### *Modalità di verifica dei comportamenti*

Valutazione attraverso esame orale.

### *Prerequisiti (conoscenze iniziali)*

Conoscenze elementari di teoria degli insiemi e di algebra.

### *Programma (contenuti dell'insegnamento)*

La struttura assiomatica dei numeri naturali. Gli assiomi di Peano-Dedekind. Definizione per ricorsione. Somma e prodotto. Deduzione delle principali proprietà aritmetiche di  $\mathbb{N}$ . Il principio del buon ordinamento. Letture dall'opera di Dedekind "Essenza e significato dei numeri".

Costruzioni dei numeri razionali.

Costruzione dei numeri reali. Vari approcci. La costruzione di Dedekind e la costruzione di Cantor. Lettura dal pamphlet di Dedekind "Continuità e numeri irrazionali". Numeri reali e retta euclidea. Excursus storico sulle grandezze incommensurabili. Un confronto tra il V libro di Euclide e la costruzione di Dedekind.

Argomenti scelti di teoria elementare dei numeri: esistenza di numeri trascendenti (teorema di Liouville), trascendenza di "e" e di "pi greco".

Interi di Gauss e applicazioni alla teoria dei numeri.

Frazioni continue. Irrazionalità quadratiche e teorema di Galois.

La costruzione di Hamilton dei numeri complessi.

Il corpo dei quaternioni, gli interi di Hurwitz e il teorema dei quattro quadrati.



## UNIVERSITÀ DI PISA

---

### Bibliografia e materiale didattico

S. Feferman, The number systems, AMS, 1963. Seconda edizione, 2005.  
J. Stillwell, Elements of number theory, Springer, 2010.  
Appunti redatti a cura del docente.

### Modalità d'esame

Esame orale che potrà vertere sull'intero programma o su un argomento a scelta concordato con il docente.

*Ultimo aggiornamento 28/08/2020 13:16*