



UNIVERSITÀ DI PISA

ISTITUZIONI DI FISICA MATEMATICA

GIOVANNI FEDERICO GRONCHI

Anno accademico	2020/21
CdS	MATEMATICA
Codice	137AA
CFU	9

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
ISTITUZIONI DI FISICA MATEMATICA	MAT/07	LEZIONI	63	GIULIO BAU' GIOVANNI FEDERICO GRONCHI

Obiettivi di apprendimento

Conoscenze

Il corso si propone di introdurre degli argomenti fondamentali della Fisica Matematica, con particolare riferimento ai Principi variazionali della Meccanica, alla Meccanica Hamiltoniana e alla teoria delle perturbazioni.

Modalità di verifica delle conoscenze

La verifica delle conoscenze sarà oggetto della valutazione dell'elaborato scritto previsto all'inizio di ogni sessione d'esame. Tale verifica proseguirà nella prova orale successiva per gli studenti ammessi a sostenerla.

Capacità

Lo studente sarà in grado di analizzare alcune equazioni fondamentali della Fisica Matematica, in particolare i sistemi hamiltoniani integrabili e le loro perturbazioni.

Modalità di verifica delle capacità

Durante il corso, saranno svolte diverse esercitazioni con l'obiettivo di mostrare agli studenti diversi esempi di sistemi hamiltoniani che nascono anche dalla modellizzazione di sistemi meccanici.

Comportamenti

Lo studente potrà acquisire e sviluppare tecniche di analisi di problemi fisici.

Modalità di verifica dei comportamenti

Durante le esercitazioni gli studenti saranno frequentemente interpellati e saranno anche invitati a svolgere alcuni esercizi.

Prerequisiti (conoscenze iniziali)

Non sono richieste conoscenze approfondite, ma una preparazione di base fornita dalle materie della laurea triennale.

Programma (contenuti dell'insegnamento)

Principi variazionali della Meccanica:

- preliminari di calcolo delle variazioni: funzionali, spazi di funzioni, variazione prima, funzionale di azione lagrangiana;
- principio di Hamilton, equazioni di Eulero-Lagrange, lagrangiane equivalenti, invarianza per cambiamento di coordinate;
- Principio di Maupertuis, metrica di Jacobi, dinamica e geodetiche;
- variazione seconda, condizioni sufficienti per un minimo debole e forte: punti coniugati, condizioni di Legendre e di Jacobi, campi di estremali.

Meccanica hamiltoniana:

- trasformata di Legendre, equazioni di Hamilton



UNIVERSITÀ DI PISA

- trasformazioni canoniche dipendenti e indipendenti dal tempo

Sistemi hamiltoniani integrabili:

- integrali primi e parentesi di Poisson
- parentesi di Lie di campi vettoriali, commutazione di campi e di flussi
- Simmetrie e integrali primi: teorema di Noether.
- Equazione di Hamilton-Jacobi: dualismo tra meccanica ed ottica geometrica, il metodo delle caratteristiche e la relazione tra le equazioni di Hamilton e l'equazione di Hamilton-Jacobi
- Separazione delle variabili, esempi: problema dei 2 centri fissi, problema di Keplero accelerato. Teorema di Liouville-Arnold, variabili azione-angolo, esempi classici

Teoria hamiltoniana delle perturbazioni:

- principio della media
- metodo di Lie, equazione omologica e piccoli divisori
- forme normali
- invarianti adiabatici
- cenno alla teoria KAM

Bibliografia e materiale didattico

- Note del corso fornite dai docenti
- V. I. Arnold: *Mathematical Methods of Classical Mechanics*, Springer
- G. Benettin, F. Fassò: *Introduzione alla teoria delle perturbazioni per sistemi Hamiltoniani*
- M. Giaquinta, S. Hildebrandt: *Calculus of Variations, Vol I*, Springer
- J. Moser e E. Zehnder: *Notes on Dynamical Systems*, Courant Institute of Mathematical Sciences

Modalità d'esame

- L'esame è composto da una prova scritta ed una prova orale.
- La prova scritta consiste in uno o più esercizi da risolvere, che si svolge in un'aula normale; la durata della prova è di 3 ore e, una volta superata, la prova rimane valida per gli appelli della stessa sessione. Durante la prova scritta non è ammesso l'uso di libri o note del corso.
- La prova scritta è superata se il punteggio ottenuto è maggiore o uguale a 18/30. Tuttavia, risultano ammessi all'orale con riserva anche gli studenti che hanno conseguito 16/30 o 17/30.
- La prova orale consiste in un'interrogazione alla lavagna, o su foglio, nella quale lo studente dovrà dimostrare di aver appreso la parte teorica e pratica del corso.
- La prova orale è superata se il candidato avrà dimostrato di aver acquisito sufficiente dimestichezza con gli argomenti e le tecniche oggetto del corso.

Ultimo aggiornamento 22/08/2020 10:28