



# UNIVERSITÀ DI PISA

---

## ALGEBRA LINEARE E ANALISI MATEMATICA II

**PLACIDO LONGO**

Anno accademico 2020/21  
CdS INGEGNERIA INFORMATICA  
Codice 591AA  
CFU 12

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
ALGEBRA LINEARE	MAT/03	LEZIONI	60	PLACIDO LONGO
ANALISI MATEMATICA	MAT/05	LEZIONI	60	PLACIDO LONGO

### Obiettivi di apprendimento

#### *Conoscenze*

MODULO DI ALGEBRA LINEARE:

Aree di base:

sistemi lineari  
spazi euclidei reali e complessi

Aree caratterizzanti:

teoria degli spazi vettoriali, dell'indipendenza e della dimensione  
teoria spettrale elementare

Aree affini:

la geometria analitica e i vettori

MODULO DI ANALISI MATEMATICA II:

Aree di base:

continuità, limiti, derivate e integrali per funzioni fra spazi euclidei

Aree caratterizzanti:

differenziabilità  
estremi locali liberi e vincolati  
Integrabilità e potenziali di campi e forme  
curve regolari, rettificabilità, lunghezza e integrali curvilinei  
superficie regolari, vettore normale, area e integrali superficiali

Aree affini:

problemi geometrici e fisici alla base della teoria

#### *Modalità di verifica delle conoscenze*

le due prove orali vertono sulla verifica delle conoscenze relative ai due moduli.

#### *Capacità*

MODULO DI ALGEBRA LINEARE:

risolvere sistemi lineari generali, con applicazioni ai problemi dell'algebra lineare negli spazi euclidei  
eseguire operazioni con vettori euclidei e matrici, sia attraverso le componenti scalari, sia in forma compatta; familiarità con le notazioni vettoriali e matriciali;  
utilizzare lo spazio vettoriale euclideo come modello di sistemi complessi e, in particolare, come ambiente alternativo alla geometria analitica classica per la risoluzione di problemi geometrici e meccanici;

MODULO DI ANALISI MATEMATICA II:

uso delle funzioni fra spazi euclidei come modelli di curve e superficie; sistemi di coordinate differenti;  
calcolo di derivate (velocità, gradiente, jacobiana) e differenziali per tutte le funzioni fra spazi euclidei di ogni dimensione;  
determinazione di massimi e minimi liberi e vincolati;



## UNIVERSITÀ DI PISA

---

applicazione dei teoremi della funzione implicita alla risolubilità locale di un insieme di equazioni  
Stabilire l'integrabilità di un campo vettoriale (o di una forma differenziale) e calcolarne tutte le primitive;  
calcolo di lunghezza ed integrali curvilinei di funzioni su curve parametriche;  
calcolo di integrali multipli;  
calcolo del piano tangente e del vettore normale ad una superficie parametrica regolare; calcolo di area e integrali superficiali di una funzione su una superficie.

### Modalità di verifica delle capacità

Le due prove scritte, relative ai due moduli, hanno come obiettivo la verifica del livello raggiunto nelle capacità richieste per superare l'esame.

### Comportamenti

COMUNI AI DUE MODULI:

acquisire familiarità con i concetti e le notazioni dell'algebra e dell'analisi, tanto come modelli quanto come strumenti di calcolo.

### Modalità di verifica dei comportamenti

Le prove d'esame (scritte ed orali) di entrambi i moduli forniscono una valutazione diretta del grado di familiarità acquisito.

### Prerequisiti (conoscenze iniziali)

Per il modulo di Algebra: trigonometria elementare; geometria analitica elementare (equazione della retta e delle coniche in forma canonica); generalità sull'uso dei vettori geometrici;

Per il modulo di Analisi Matematica II: Analisi Matematica I (limiti, continuità, derivate, integrali per funzioni di una variabile) e Algebra Lineare (spazio euclideo  $\mathbb{R}^n$ , prodotto scalare e norma, matrici, applicazioni lineari fra spazi euclidei, teoria spettrale elementare, forme quadratiche).

### Programma (contenuti dell'insegnamento)

Modulo di Algebra Lineare:

I sistemi lineari: teoria e risoluzione: algoritmi di Gauss, di Gauss-Jordan.

Gli spazi euclidei reali e complessi: operazioni su vettori, norma e prodotto scalare (o hermitiano), sottospazi; proiezione.

L'algebra delle matrici: tipo, operazioni, matrici speciali. Struttura generale delle applicazioni lineari fra spazi euclidei.

Indipendenza, basi, dimensione. Teorema di Grassmann sui sottospazi.

Applicazioni lineari: proprietà generali. Nucleo, immagine e loro dimensioni.

Determinanti e loro proprietà.

Teoria spettrale: diagonalizzabilità, autovalori, autovettori e autospazi. Criteri di diagonalizzabilità.

Teoria spettrale per matrici autoaggiunte.

Classificazione delle forme quadratiche e studio del loro segno.

MODULO DI ANALISI MATEMATICA II:

successioni e funzioni in spazi euclidei: convergenza, continuità, e limiti; principali risultati; il teorema fondamentale dell'algebra; il teorema di esistenza degli zeri e la connessione (per archi);

calcolo differenziale in più variabili: derivate direzionali, condizione per gli estremi interni, differenziabilità, rappresentazione del differenziale e matrice jacobiana, vettori, rette e piani tangenti a curve, superficie e a grafici di funzioni.

Teorema della funzione implicita per funzioni e sistemi: teorema di inversione locale.

Campi di vettori e forme differenziali: condizioni di integrabilità e calcolo delle primitive.

Rettificabilità, lunghezza e integrale curvilineo di una funzione su una curva parametrica.

Integrali multipli: formule di riduzione (teoremi di Fubini e Tonelli), cambio di variabili ed integrazione per parti (formula di Gauss-Green-Ostrogradskij).

Superficie parametriche regolari, area e integrali superficiali.

### Bibliografia e materiale didattico

Dispense del titolare del corso, scaricabili liberamente dal sito <http://pagine.dm.unipi.it/alan>.

Per approfondimenti:

Enrico Giusti: Analisi Matematica 2 ed. Boringhieri

S. Lang: Algebra Lineare Ed. Boringhieri

### Modalità d'esame

prova in itinere scritta per il modulo di Algebra Lineare: 11 domande a risposta multipla (min. 6 risposte esatte per l'ammissione all'orale)

prova in itinere orale per il modulo di Algebra Lineare, da sostenersi nello stesso appello della prova scritta se non si sostiene anche l'esame d'Analisi Matematica II nello stesso appello.



## UNIVERSITÀ DI PISA

---

esame finale scritto di Analisi Matematica II: 9 domande a risposta multipla (min. 5 risposte esatte per l'ammissione all'orale)

esame finale orale di Analisi Matematica II, da sostenersi nello stesso appello dell'esame scritto se non si sostengono anche le prove d'Algebra Lineare nello stesso appello.

E' possibile sostenere in appelli diversi della stessa sessione gli scritti e gli orali solo se si sostengono gli esami dei due moduli di Algebra e di Analisi contemporaneamente.

*Ultimo aggiornamento 01/03/2021 09:13*