UNIVERSITÀ DI PISA

GEOMETRIA E ALGEBRA LINEARE

ALESSANDRO BERARDUCCI

Anno accademico	2020/21
CdS	INGEGNERIA AEROSPAZIALE
Codice	164AA
CFU	12

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
ALGEBRA LINEARE	MAT/03	LEZIONI	60	ALESSANDRO BERARDUCCI CARLO PETRONIO
GEOMETRIA	MAT/03	LEZIONI	60	ALESSANDRO BERARDUCCI

Obiettivi di apprendimento

Conoscenze

- Teoria elementare degli insiemi e strutture algebriche di gruppo commutativo, anello e campo.
- Campo dei numeri complessi
- Metodo eliminazione di Gauss e teorema di Rouché-Capelli.
- Proprietà strutturali degli spazi vettoriali di dimensione finita, delle applicazioni lineari e dei determinanti.
- Autovalori, autovettori e diagonalizzabilità di endomorfismi di spazi vettoriali di dimensione finita.
- Spazio Euclideo standard e procedimento di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt.
- Teorema spettrale e delle proprietà delle trasformazioni ortogonali degli spazi Euclidei di dimensione due e tre.
- Proprietà di rette e piani affini nello spazio Euclideo di dimensione tre.
- Teorema di Sylvester sulle applicazioni bilineari su spazi vettoriali reali di dimensione finita.
- Classificazione delle coniche e cenni di quella delle quadriche.

Modalità di verifica delle conoscenze

La verifica delle conoscenza verrà effettuata tramite due prove scritte durante il corso e una prova scritta per ogni sessione d'esame.

Capacità

- Descrivere insiemi e verificare iniettività e suriettività di applicazioni tra di essi.
- Applicare il principio di induzione.
- Riconoscere le strutture di gruppo commutativo, anello e campo.
- Calcolare prodotti e inversi di numeri complessi in rappresentazione algebrica, trigonometrica ed esponenziale. Calcolare radici n-esime.
- Applicare l'eliminazione di Gauss, discutere sistemi lineari anche dipendenti da un parametro tramite il teorema di Rouché--Capelli.
- Verificare gli assiomi di spazio vettoriale, calcolare combinazioni lineari, verificare dipendenza e indipendenza lineare. Verificare che un sottoinsieme di uno spazio vettoriale è un sottospazio, determinare insiemi di generatori e basi. Verificare se due sottospazi sono in somma diretta. Applicare la formula di Grassmann.
- Stabilire se un'applicazione è lineare. Stabilire iniettività e suriettività di un'applicazione lineare. Calcolare dimensioni e basi del nucleo e dell'immagine di un'applicazione lineare. Calcolare le matrici associate ad un'applicazione lineare rispetto a basi

diverse. Determinare matrici di cambiamenti di base e saperle usare per calcolare matrici associate ad un'applicazione lineare rispetto a basi diverse
- Calcolare i determinanti tramite sviluppi per righe e per colonne, tramite la formula di Sarrus e tramite riduzione a scala. Usare i determinanti per calcolare il rango di matrici rettangolari anche dipendenti da parametri, per calcolare l'inversa di una matrice invertibile e per risolvere sistemi lineari tramite la regola di Cramer.
- Determinare polinomio caratteristico, autovalori con molteplicità algebriche e geometriche, autospazi e diagonalizzabilità di un endomorfismo, anche dipendente da parametri, di uno spazio vettoriale.
- Calcolare prodotti scalari, norme, distanze, proiezioni ortogonali, basi di sottospazi ortogonali, angoli e basi ortonormali tramite il procedimento di ortonormalizzazione di Gram--Schmidt.
- Determinare basi ortonormali di autovettori per matrici simmetriche. Determinare matrici ortogonali che diagonalizzano matrici simmetriche. Riconoscere e studiare trasformazioni ortogonali degli spazi euclidei standard di dimensione due e tre.
- Riconoscere equazioni parametriche e cartesiane di rette e piani affini. Determinare giaciture di rette e piani. Determinare equazioni parametriche a partire da equazioni cartesiane e viceversa, sia per rette che per piani. Determinare rette e piani soddisfacenti condizioni di parallelismo, contenimento, ortogonalità, intersezione con rette, piani, vettori o punti. Determinare posizioni reciproche tra due piani, tra un piano e una retta e tra due rette. Saper utilizzare il prodotto vettoriale per gli scopi anzidetti.
- Verificare che un'applicazione è bilineare e simmetrica, calcolarne la matrice rispetto ad una base, stabilire se è degenere. Determinare sottospazi ortogonali e basi ortogonali per applicazione bilineari simmetriche anche dipendenti da parametri. Determinare la segnatura di applicazioni bilineari simmetriche anche dipendenti da parametri e delle loro restrizioni a sottospazi anche dipendenti da parametri. Determinare vettori e sottospazi soddisfacenti a condizioni assegnate in relazione ad un'applicazione bilineare simmetrica anche dipendente da parametri.
- Determinare tipo, equazione canonica ed eventuale decomposizione nell'unione di due rette di una conica anche dipendente da parametri.

Modalità di verifica delle capacità

Lo studente dovrà dimostrare di sapere risolvere semplici problemi applicando le capacità acquisite.

Comportamenti

Lo studente potrà acquisire la capacità di valutare la propria preparazione e/o di studiare in gruppo, interagendo con altri studenti.

Modalità di verifica dei comportamenti

Non saranno effettuate verifiche dei comportamenti.

Prerequisiti (conoscenze iniziali)

Calcolo letterale, risoluzione di equazioni di primo e secondo grado, elementi di geometria analitica nel piano, elementi di geometria euclidea e trigonometria.

Indicazioni metodologiche

- lezioni a distanza tramite la piattaforma Microsoft Teams fino a fine emergenza covid-19.
- esercitazioni in gruppo nel periodo gennaio-febbraio
- sito e-learning contenente: comunicazioni e informazioni, dispense del corso con esercizi, scritti degli anni precedenti
- due compitini di verifica durante l'anno

Programma (contenuti dell'insegnamento)

Elementi di teoria degli insiemi e algebra. Operazioni tra insiemi. Insiemi numerici, principio d'induzione. Funzioni. Operazioni, strutture algebriche. Polinomi. Numeri complessi.
Spazi vettoriali. Definizione e esempi. Gli spazi Rn e Cn . Dipendenza lineare, generatori e basi. Coordinate. Dimensione. Sottospazi vettoriali. Somma, intersezione, formula di Grassmann, somma diretta.
Applicazioni lineari e matrici. Definizioni ed esempi. Nucleo e immagine. Algebra delle matrici. Applicazione lineare associata ad una matrice. Matrice associata ad una applicazione lineare. Cambio di base.
Determinante. Determinante delle matrici quadrate e significato geometrico. Proprietà caratterizzanti. Sviluppo di Laplace. Teorema di Binet e matrice inversa. Rango.
Sistemi lineari e sottospazi affini. Metodo di Gauss. Sistemi omogenei. Teorema di Rouché-Capelli. Regola di Cramer. Equazioni parametriche e cartesiane di un sottospazio affine. Rette e piani nello spazio.
Autovalori ed autovettori. Sottospazi invarianti, autovalori, autovettori ed autospazi. Polinomio caratteristico. Esistenza di basi di autovettori e diagonalizzabilità.
Spazi Euclidei reali e complessi. Forme bilineari. Prodotti scalari. Segnatura. Norma, ortogonalità. Prodotto scalare canonico in Rn. Basi ortonormali. Procedimento di ortonormalizzazione di Gram–Schmidt. Disuguaglianza di Bessel. Isometrie. Matrici ortogonali. Trasformazioni autoaggiunte. Teorema spettrale.
Geometria del piano e dello spazio. Trasformazioni del piano e dello spazio. Isometrie affini, rotazioni, traslazioni, riflessioni. Prodotto vettoriale.
Coniche e quadriche. Definizione e classificazione.

Bibliografia e materiale didattico

Dispense con esercizi disponibili sul sito e-learning del corso

Indicazioni per non frequentanti

Non ci sono indicazioni specifiche per studenti non frequentanti.

Modalità d'esame

L'esame consiste di una prova scritta ed eventualmente un colloquio orale**.** Ogni prova scritta è divisa in due parti. La prima parte contiene 6 domande a scelta multipla, deve essere completata in 30 minuti e viene superata se si risponde correttamente ad almeno 4 domande. Il superamento della prima parte di una prova scritta consente, ed è necessario per, l'accesso alla seconda parte. La seconda parte contiene 3 esercizi a risposta articolata e deve essere completata in 2 ore. Ogni prova scritta si considera superata con esito positivo quando viene superata sia la prima che la seconda parte. La votazione di una prova scritta coincide con la votazione riportata nella seconda parte. L'eventuale necessità di un colloquio orale sarà segnalata allo studente insieme al risultato dello scritto.

Ultimo aggiornamento 16/08/2020 10:53