



## UNIVERSITÀ DI PISA

---

### EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI

**SERGIO SPAGNOLO**

Anno accademico 2020/21  
CdS FISICA  
Codice 672AA  
CFU 6

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI	MAT/05	LEZIONI	48	SERGIO SPAGNOLO

#### Obiettivi di apprendimento

##### *Conoscenze*

Ci si propone di fornire agli studenti una conoscenza parziale ma approfondita delle principali proprietà, e relative tecniche, di varie equazioni differenziali (in più variabili) che provengono dallo studio di importanti problemi fisici.

##### *Modalità di verifica delle conoscenze*

L'esame finale è orale. Lo studente sarà richiesto di discutere alcuni aspetti fra quelli illustrati a lezione, mettendo anche in luce il suo interesse per la materia.

##### *Capacità*

Lo studente dovrebbe acquisire una buona padronanza della materia.

##### *Modalità di verifica delle capacità*

L'esame orale consentirà di verificare le capacità dello studente.

#### Prerequisiti (conoscenze iniziali)

Per seguire il corso in modo proficuo lo studente dovrebbe aver preliminarmente seguito i corsi di base di Analisi matematica del primo biennio, ed in particolare avere una discreta conoscenza della teoria dell'integrale e dei fondamenti dell'Analisi funzionale.

#### Programma (contenuti dell'insegnamento)

**I - Richiami.** Integrale di Lebesgue. Fubini-Tonelli. Convergenza dominata. Assoluta continuità dell'integrale. Misure di Radon. Spazi di Banach e Hilbert, operatori lineari, dualità, Hahn-Banach. Elementi di Teoria geometrica della misura: curve, superfici, formule di Gauss-Green.

**II - Equazioni modello.** Equazioni del trasporto, curve caratteristiche. Eq. di Laplace sul piano euclideo. Eq. del calore in una variabile spaziale. Eq. della corda vibrante.

**III - Analisi funzionale.** Spazi  $L^p$ . Convoluzione. Mollicatori (Friedrichs e Gauss). Delta di Dirac. Derivate deboli e spazi di Sobolev. Spazi vettoriali topologici (cenni). Spazi  $D$  ed  $S$  e loro duali  $D'$  e  $S'$  (distribuzioni). Spazi di Sobolev con esponente negativo. Trasformata di Fourier su  $L^1$ . Formula d'inversione. Trsf. di Fourier su  $S, S', L^2$ . Paley-Wiener.

**IV - Teoria generale delle EDP.** Laplaciano in  $n$  variabili: soluzioni fondamentali. Funzioni armoniche. Teor. della media. Principio del massimo. Eq. ellittiche di tipo generale: Problema di Dirichlet (cenni). Eq. del calore in  $n$  variabili spaziali: soluzione fondamentale, Problema di Cauchy, stima dell'energia. Equazioni astratte di evoluzione (cenni). Eq. di Schroedinger. Eq. delle onde nello spazio fisico: formula di Kirchhoff, velocità finita di propagazione, principio di Huyghens. Equazioni iperboliche di tipo generale: metodo dell'energia, buona positura negli spazi di Sobolev. Sistemi iperbolicici secondo Hadamard. Sistemi simmetrici. Sistemi strettamente iperbolicici: simmetrizzatore pseudo-differenziale (cenni). Equazioni di Maxwell.

#### Bibliografia e materiale didattico

L. Evans, Partial Differential Equations, Graduate Stud. Math. 19, AMS 1998.

S. Spagnolo, Appunti del Corso di EDP

#### Modalità d'esame

L'esame è in forma orale. La frequenza alle lezioni è vivamente consigliata.

