UNIVERSITÀ DI PISA

ANALISI MATEMATICA I

STEFANO GALATOLO

Anno accademico	2020/21
CdS	INGEGNERIA ELETTRONICA
Codice	004AA
CFU	12

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
ANALISI MATEMATICA I	MAT/05	LEZIONI	120	STEFANO GALATOLO

Obiettivi di apprendimento

Conoscenze
Lo studente sarà in grado di capire gli strumenti matematici relativi al programma del corso ed utilizzarli correttamente.

Modalità di verifica delle conoscenze
Prova scritta e orale.

Capacità
Lo studente sarà in grado di capire gli strumenti matematici relativi al programma del corso ed utilizzarli correttamente.

Modalità di verifica delle capacità
Prova scritta e orale.

Comportamenti
Lo studente, abituato ad interessarsi di cose sostanziali perde interesse per gli adempimenti burocratici inutili.

Modalità di verifica dei comportamenti
Nessuna

Prerequisiti (conoscenze iniziali)
Algebra elementare, gli insiemi numerici, metodo assiomatico, dimostrazioni matematiche.
Insiemi e funzioni, trigonometria, esponenziali e logaritmi.

Programma (contenuti dell'insegnamento)
• Preminimari.
– Insiemi. Operazioni tra insiemi: unione, intersezione, differenza, prodotto cartesiano. Insieme delle parti.
– Insiemi numerici: N, Z, Q, R, C.
– Funzioni tra insiemi. Funzioni iniettive, surgettive, bigettive, invertibili. Funzione inversa. Grafico di una funzione. Interpretazione grafica di iniettivit`a e surgettivit`a. Immagine e controimmagine di un sottoinsieme tramite una funzione.
– Funzioni e funzioni inverse elementari (valore assoluto, potenze, esponenziali, logaritmi, funzioni trigonometriche e loro inverse). Funzioni pari, dispari, periodiche. Funzioni monotone. Funzioni iperboliche.
– Propriet`a dei numeri reali. Assioma di continuit`a.
– Numeri complessi: forma cartesiana, polare, esponenziale. Coniugio, operazioni algebriche tra numeri complessi, potenze e radici n-esime. Teorema fondamentale dell'algebra e molteplicit`a delle radici di un polinomio. Esponenziale, logaritmo, seno e coseno in ambito complesso.
– Insiemi limitati inferiormente, limitati superiormente, limitati. Massimo e minimo di un sottoinsieme. Maggioranti e minoranti. Estremo inferiore e superiore. Caratterizzazione di inf e sup. – Equazioni, disequazioni e loro interpretazione grafica.
– Principio di induzione. Fattoriale, coefficienti binomiali, binomio di Newton.
• Limiti. – Limite di una successione di numeri reali. – Teorema di unicit`a del limite. Teorema di permanenza del segno. – Teorema del confronto. Teorema dei carabinieri. – Teoremi sul limite della somma, del prodotto per una costante, del prodotto di due successioni, del quoziente. Forme indeterminate.
-Successioni monotone. Esistenza del limite delle successioni monotone. Successioni limitate. Il numero e.
– Sottosuccessioni. Relazioni tra il limite di una successione e delle relative sottosuccessioni. Uso di sottosuccessioni per mostrare che un certo

limite non esiste.
– Definizione di limite di una funzione. Teoremi sui limiti di funzione analoghi a quelli per le successioni: teoremi sulla somma, il prodotto, il quoziente, teorema del confronto e dei carabinieri.
– Limiti notevoli di funzioni.
– Cambio di variabile nei limiti.
– Criterio che lega i limiti di funzioni ai limiti di successioni.
– Linguaggio degli infinitesimi. Definizione e principali propriet`a di o piccolo, O grande, equivalenza asintotica.
– Successioni per ricorrenza.
• Serie.
– Definizione di serie come limite delle somme parziali.
– Condizione necessaria per la convergenza di una serie.
– Serie geometrica, serie armonica generalizzata, serie telescopiche.
– Serie a termini positivi: criterio della radice, del rapporto, del confronto, del confronto asintotico. Casi limite nel confronto asintotico.
– Criterio di Leibnitz (serie a segno alterno) e dell'assoluta convergenza (serie a segno qualunque). – Serie di potenze e raggio di convergenza.
– Serie di Taylor di una qualsiasi funzione derivabile infinite volte in un punto. Definizione di funzione analitica in un intervallo. Analiticit`a delle funzioni elementari.
– Teorema di derivazione e integrazione per serie nel caso delle serie di potenze. Applicazione al calcolo della somma di alcune serie particolari.
• Calcolo differenziale in una variabile.
– Funzioni continue in un punto ed in un insieme. Continuit`a delle funzioni elementari. Continuit`a della composizione di funzioni continue.
– Definizione di massimo e minimo di una funzione su un insieme. Definizione di punto di massimo e punto di minimo (con enfasi sulla differenza tra massimo e punto di massimo).
– Teorema di esistenza degli zeri e teorema di Weierstrass. Teorema dei valori intermedi. Immagine di una funzione continua su di un intervallo.
– Definizione di funzione derivabile in un punto. Definizione di funzione differenziabile in un punto. Equivalenza tra le due definizioni. Interpretazione geometrica del rapporto incrementale, della derivata e del differenziale.
– Teoremi algebrici sulle derivate: derivata della somma, del prodotto, del quoziente, della composizione. Calcolo della derivata delle funzioni elementari. Legami tra continuit`a e derivabilit`a in un punto.
– Derivata della funzione inversa. Calcolo della derivata delle funzioni inverse elementari.
– Relazione tra il segno della derivata in un punto e la monotonia. Relazioni tra debole e stretta monotonia in un intervallo e segno della derivata prima nell'intervallo stesso.
– Teoremi sulle funzioni derivabili: Rolle, Cauchy, Lagrange.
– Teorema di de l'Hopital.
– Formula di Taylor con resto di Peano e con resto di Lagrange.
– Studio di funzione locale e globale, e relative applicazioni.
• Calcolo integrale in una variabile. – Integrale di Riemann per funzioni di una variabile limitate su intervalli limitati. Significato geometrico. Partizioni di un intervallo, integrale inferiore e superiore.
– Integrabilit`a delle funzioni monotone e delle funzioni continue. Propriet`a dell'integrale.
– Funzione integrale. Teorema della media integrale. Teorema fondamentale del calcolo integrale. Primitive di una funzione continua. Utilizzo di una primitiva per il calcolo di integrali definiti. Primitive delle funzioni elementari.
– Formula di integrazione per parti. Formula di integrazione per sostituzione.
– Integrazione delle funzioni razionali. Sostituzioni razionalizzanti. Accenno all'interpretazione geometrica delle sostituzioni razionalizzanti.
– Integrali impropri: definizione nei due casi di dominio di integrazione non limitato oppure integranda non limitata.
– Criterio del confronto e del confronto asintotico per lo studio della convergenza di un integrale improprio con integranda a segno costante. Criterio dell'assoluta convergenza per lo studio della convergenza di un integrale improprio con integranda a segno variabile. – Criterio del confronto serie integrali e sua giustificazione geometrica.
• Equazioni differenziali.
– Ordine di una equazione, equazioni in forma normale, equazioni autonome. Esempi di famiglie (dipendenti da parametri) di soluzioni di equazioni differenziali.
– Problema di Cauchy per una equazione di ordine n. Teorema di esistenza e unicit`a. Intervallo massimale di esistenza, tempo di vita.
– Equazioni differenziali del primo ordine a variabili separabili. – Equazioni differenziali lineari del primo ordine.
– Equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti di ordine arbitrario omogenee.
– Equazioni lineari a coefficienti costanti non omogenee. Ricerca euristica di una soluzione "per tentativi". Metodo di variazione delle costanti.
– Accenno ad un esempio di studio qualitativo della soluzione

Bibliografia e materiale didattico

Analisi matematica 1 di Marco Bramanti, Carlo D. Pagani, Sandro Salsa Zanichelli.

Modalità d'esame

Prova scritta e orale.

Ultimo aggiornamento 08/03/2021 21:43