



# UNIVERSITÀ DI PISA

---

## SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

**RICCARDO BARSOTTI**

Anno accademico

2021/22

CdS

INGEGNERIA CIVILE AMBIENTALE E  
EDILE

Codice

247HH

CFU

12

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
SCIENZA DELLE COSTRUZIONI	ICAR/08	LEZIONI	120	RICCARDO BARSOTTI STEFANO BENNATI

### Obiettivi di apprendimento

#### Conoscenze

Affrontare e risolvere problemi di equilibrio di strutture e corpi solidi in regime elastico, con particolare riferimento ai sistemi di travi e ai problemi piani in elasticità lineare.

#### Prerequisiti (conoscenze iniziali)

Meccanica Razionale, Analisi Matematica I, Analisi Matematica II, Geometria e Algebra Lineare

#### Programma (contenuti dell'insegnamento)

##### *I sistemi di travi: equilibrio di travi rigide*

La trave come solido caratterizzato da una dimensione prevalente sulle altre. Nozione di linea d'asse e di sezione trasversale.

Vincoli agenti sui sistemi di travi: carichi attivi e reazioni vincolari. Prestazioni dei vincoli sul piano statico: molteplicità statica di un vincolo. Sconnessioni e loro molteplicità. Equazioni globali di equilibrio ed equazioni ausiliarie o di sconnessione. Strutture chiuse e strutture aperte. Prestazioni dei vincoli sul piano cinematico: le equazioni di vincolo. Molteplicità cinematica di un vincolo. Classificazione cinematica e statica delle travature. Matrice statica e matrice cinematica. Grado di indeterminazione statica di un sistema di travi. Relazioni tra il problema statico e il corrispondente problema cinematico.

Le azioni interne nelle travi: le caratteristiche della sollecitazione. Equazioni differenziali di equilibrio delle travi piane ad asse rettilineo e delle travi piane ad asse curvilineo. Discontinuità delle caratteristiche della sollecitazione in presenza di carichi concentrati. Distribuzioni staticamente ammissibili delle caratteristiche della sollecitazione.

Travature piane e travature spaziali: esempi ed applicazioni. Travature reticolari: il metodo "dei nodi" e quello "delle sezioni".

##### *I sistemi di travi: le travi deformabili elasticamente*

Le travi piane ad asse rettilineo: campo di spostamento e misure locali di deformazione (estensione, curvatura, scorrimento angolare). Relazioni cinematiche nel caso di piccoli spostamenti e piccole deformazioni. Campi di spostamento cinematicamente ammissibili e campi di spostamento virtuali.

Travi formate da un materiale elastico lineare: le relazioni costitutive fra le misure di deformazione e le caratteristiche della sollecitazione.

Le equazioni differenziali della linea elastica: il metodo della linea elastica. Unicità e linearità della soluzione; il principio di sovrapposizione degli effetti. Le travi deformabili solo a flessione; travi deformabili a flessione e taglio. Le condizioni al bordo che completano le equazioni differenziali per le travi: vincoli cedevoli anelasticamente e vincoli reagenti elasticamente. Effetti delle variazioni termiche; effetti dei difetti geometrici. Sistemi elastici dotati di simmetrie geometriche e di carico. L'energia di deformazione per le travi elastiche. Il teorema dei lavori virtuali per le travi deformabili.

I metodi di soluzione per i sistemi di travi staticamente non determinati: il metodo delle forze e quello degli spostamenti. Le equazioni di Müller-Breslau.

##### *Equilibrio di corpi solidi*

Considerazioni introduttive: solidi come corpi continui; classificazione delle forze agenti su un corpo. Le sollecitazioni interne: definizione del vettore tensione. Tensione normale e tensione tangenziale. Continui di Cauchy e continui micropolari. Teorema del tetraedro di Cauchy-Poisson. Componenti speciali di tensione e matrice delle componenti speciali di tensione. Equazioni indefinite di equilibrio di Cauchy. Equazioni di reciprocità e simmetria della matrice delle componenti di tensione. Equazioni ai limiti. Campi di sforzo staticamente ammissibili. Il tensore degli sforzi. Tensioni e direzioni principali. Linee isostatiche. Le componenti di tensione nei riferimenti polare e cilindrico. La rappresentazione di Mohr dello stato di tensione: cerchi di Mohr e arbelo di Mohr. Valori estremi della tensione tangenziale.

##### *Solidi deformabili: analisi della deformazione*

Concetto di deformazione di un corpo continuo. Gradienti della deformazione e dello spostamento. Misure locali di deformazione: dilatazioni lineari, scorrimenti angolari, dilatazioni superficiali e dilatazione cubica. Tensore destro di Cauchy-Green.

Deformazioni piccole. Matrice di deformazione infinitesima: significato geometrico delle sue componenti. Espressioni delle dilatazioni lineari, degli scorrimenti angolari, della dilatazione superficiale e di quella cubica nel caso infinitesimo. Direzioni principali della deformazione e



## UNIVERSITÀ DI PISA

deformazioni principali. Valori estremi della dilatazione lineare e dello scorrimento angolare. Le componenti di deformazione nei riferimenti polare e cilindrico. Campi di spostamento cinematicamente ammissibili. Equazioni di compatibilità di Saint-Venant.

*Solidi deformabili elasticamente: le relazioni costitutive*

Materiali elastici e anelastici. Le equazioni costitutive: cenni ai principi di determinismo, azione locale e indifferenza materiale.

Materiali elastici lineari. Matrice dei moduli elastici: prima e seconda simmetria minore; simmetria maggiore. I materiali iperelastici lineari. Lavoro di deformazione in un processo di carico e densità di energia di deformazione elastica. Simmetrie elastiche; equazioni costitutive dei materiali ortotropi. Materiali isotropi: equazioni e costanti elastiche di Lamé. Le costanti elastiche tecniche: modulo di elasticità normale o di Young, modulo di elasticità tangenziale e coefficiente di contrazione trasversale di Poisson; loro significato meccanico e loro limitazioni. Modulo di compressibilità cubica.

*Equilibrio di solidi elastici*

Campo di spostamento virtuale e teorema dei lavori virtuali. Il problema di equilibrio per un solido iperelastico lineare. Cenni all'esistenza della soluzione. Teorema di unicità di Kirchhoff. Linearità della soluzione e principio di sovrapposizione degli stati elastici. Teorema di reciprocità di Betti- Maxwell. Teorema di Lamé-Clapeyron. Teoremi della minima energia potenziale totale e della minima energia potenziale complementare. Problemi piani nella tensione e nella deformazione. Esempi di soluzione in coordinate rettangolari e in coordinate polari.

*Il Problema di De Saint-Venant*

Le ipotesi del problema.

La torsione pura. Il caso della sezione circolare. Il metodo semi-inverso di Saint-Venant. Angolo unitario di torsione e rigidezza torsionale. Il caso della sezione non circolare. Funzione di ingobbamento e formulazione del relativo problema di Neumann. Funzione degli sforzi di Prandtl e formulazione del corrispondente problema di Dirichlet. Analogia di Prandtl. Soluzioni approssimate per le sezioni sottili aperte. L'analogia idrocinetica e le formule di Bredt per le sezioni tubolari sottili. Il caso delle sezioni sottili chiuse pluriconnesse.

Lo sforzo normale semplice. La flessione retta: asse della sollecitazione, asse neutro e asse di flessione. Rigidezza estensionale e flessionale.

La flessione deviata e lo sforzo normale eccentrico. Nozione di nocciolo centrale di inerzia. La flessione composta (flessione e taglio).

Espressioni approssimate delle tensioni tangenziali: la formula di Jourawski. Il fattore di taglio. Nozione di centro di taglio.

Il postulato di De Saint-Venant e il significato universale delle soluzioni speciali. Le soluzioni speciali e le relazioni costitutive della teoria tecnica delle travi elastiche.

*Limiti del comportamento elastico: i criteri di crisi*

Il dominio elastico e la superficie limite. Materiali duttili. Aspetti fenomenologici della prova di rottura a trazione. Criterio di Guest-Tresca o criterio della massima tensione tangenziale. Criterio di Von Mises. Interpretazione di Huber-Henky e criterio della massima energia distortrice; interpretazione di Nadai e criterio della massima tensione tangenziale ottaedrale; interpretazione di Novozhilov e criterio di massima tensione tangenziale media. Materiali fragili. Criterio di Galileo. Criterio di Coulomb. Le verifiche di resistenza con il metodo delle tensioni ammissibili. Tensione ideale, coefficiente di sicurezza e tensione ammissibile: applicazioni alla verifica delle travature.

*L'instabilità elastica*

Introduzione: non linearità geometriche, configurazioni di equilibrio instabile, punti di biforcazione del diagramma di equilibrio. Diramazione stabile e diramazione instabile. Metodo di Eulero o degli equilibri adiacenti. Nozione di carico critico euleriano: esempi di applicazione ai sistemi di aste rigide vincolate elasticamente. L'equazione differenziale di Eulero per l'asta semplicemente compressa. Determinazione del carico critico euleriano. Nozioni di lunghezza libera di inflessione e di snellezza. Instabilità per divergenza della soluzione di equilibrio e sensibilità alle imperfezioni. Iperbole di Eulero.

### Bibliografia e materiale didattico

- L. Gambarotta, L. Nunziante, A. Tralli, Scienza delle Costruzioni, McGraw-Hill, 2011.
- O. Belluzzi, Scienza delle Costruzioni, Vol. 1, Zanichelli, 1996.

### TESTI PER APPROFONDIMENTI

- J.N. Goodier, S.P. Timoshenko, Theory of Elasticity, Mc Graw-Hill, 1970.
- I.S. Sokolnikoff, Mathematical Theory of Elasticity, Mc Graw-Hill, 1956.
- S.P. Timoshenko, History of Strength of Materials, Dover (Reprint of the McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1953 edition)

### Modalità d'esame

Prova scritta e orale sugli argomenti del corso.

Ultimo aggiornamento 01/06/2022 22:52