



# UNIVERSITÀ DI PISA

---

## ALGEBRA LINEARE E ANALISI MATEMATICA II

**LUIGI CARLO BERSELLI**

Anno accademico 2021/22  
CdS INGEGNERIA INFORMATICA  
Codice 591AA  
CFU 12

| Moduli                | Settore/i | Tipo    | Ore | Docente/i                   |
|-----------------------|-----------|---------|-----|-----------------------------|
| ALGEBRA LINEARE       | MAT/03    | LEZIONI | 60  | GREGORY JAMES<br>PEARLSTEIN |
| ANALISI MATEMATICA II | MAT/05    | LEZIONI | 60  | LUIGI CARLO BERSELLI        |

### Obiettivi di apprendimento

#### Conoscenze

MODULO DI ALGEBRA LINEARE:

Aree di base:

sistemi lineari  
spazi euclidei reali e complessi

Aree caratterizzanti:

teoria degli spazi vettoriali, dell'indipendenza e della dimensione  
teoria spettrale elementare

Aree affini:

la geometria analitica e i vettori

MODULO DI ANALISI MATEMATICA II:

Aree di base:

continuità, limiti, derivate e integrali per funzioni fra spazi euclidei

Aree caratterizzanti:

differenziabilità  
estremi locali liberi e vincolati  
Integrabilità e potenziali di campi e forme  
curve regolari, rettificabilità, lunghezza e integrali curvilinei  
superficie regolari, vettore normale, area e integrali superficiali

Aree affini:

problemi geometrici e fisici alla base della teoria

#### Modalità di verifica delle conoscenze

Nei test a risposta chiusa lo studente deve dimostrare la conoscenza dei contenuti più elementari del corso e dei pre requisiti. Nel esame scritto lo studente deve dimostrare l'abilità a risolvere problemi standard. Nella prova orale lo studente dovrà dimostrare la capacità di esporre i risultati principali del corso.

#### Capacità

MODULO DI ALGEBRA LINEARE:

risolvere sistemi lineari generali, con applicazioni ai problemi dell'algebra lineare negli spazi euclidei  
eseguire operazioni con vettori euclidei e matrici, sia attraverso le componenti scalari, sia in forma compatta; familiarità con le notazioni vettoriali e matriciali;  
utilizzare lo spazio vettoriale euclideo come modello di sistemi complessi e, in particolare, come ambiente alternativo alla geometria analitica classica per la risoluzione di problemi geometrici e meccanici;



## UNIVERSITÀ DI PISA

---

### MODULO DI ANALISI MATEMATICA II:

uso delle funzioni fra spazi euclidei come modelli di curve e superficie; sistemi di coordinate differenti;  
calcolo di derivate (velocità, gradiente, jacobiana) e differenziali per tutte le funzioni fra spazi euclidei di ogni dimensione;  
determinazione di massimi e minimi liberi e vincolati;  
applicazione dei teoremi della funzione implicita alla risolubilità locale di un insieme di equazioni  
Stabilire l'integrabilità di un campo vettoriale (o di una forma differenziale) e calcolarne tutte le primitive;  
calcolo di lunghezza ed integrali curvilinei di funzioni su curve parametriche;  
calcolo di integrali multipli;  
calcolo del piano tangente e del vettore normale ad una superficie parametrica regolare; calcolo di area e integrali superficiali di una funzione su una superficie.

### *Modalità di verifica delle capacità*

Le due prove scritte, relative ai due moduli, hanno come obiettivo la verifica del livello raggiunto nelle capacità richieste per superare l'esame.

### *Comportamenti*

#### COMUNI AI DUE MODULI:

acquisire familiarità con i concetti e le notazioni dell'algebra e dell'analisi, tanto come modelli quanto come strumenti di calcolo.

### *Modalità di verifica dei comportamenti*

Le prove d'esame (scritte ed orali) di entrambi i moduli forniscono una valutazione diretta del grado di familiarità acquisito.

### *Prerequisiti (conoscenze iniziali)*

Per il modulo di Algebra: trigonometria elementare; geometria analitica elementare (equazione della retta e delle coniche in forma canonica); generalità sull'uso dei vettori geometrici;

Per il modulo di Analisi Matematica I (limiti, continuità, derivate, integrali per funzioni di una variabile) e Algebra Lineare (spazio euclideo  $\mathbb{R}^n$ , prodotto scalare e norma, matrici, applicazioni lineari fra spazi euclidei, teoria spettrale elementare, forme quadratiche).

### *Programma (contenuti dell'insegnamento)*

#### Modulo di Algebra Lineare:

I sistemi lineari: teoria e risoluzione: algoritmi di Gauss, di Gauss-Jordan.

Gli spazi euclidei reali e complessi: operazioni su vettori, norma e prodotto scalare (o hermitiano), sottospazi; proiezione.

L'algebra delle matrici: tipo, operazioni, matrici speciali. Struttura generale delle applicazioni lineari fra spazi euclidei.

Indipendenza, basi, dimensione. Teorema di Grassmann sui sottospazi.

Applicazioni lineari: proprietà generali. Nucleo, immagine e loro dimensioni.

Determinanti e loro proprietà.

Teoria spettrale: diagonalizzabilità, autovalori, autovettori e autospazi. Criteri di diagonalizzabilità.

Teoria spettrale per matrici autoaggiunte.

Classificazione delle forme quadratiche e studio del loro segno.

#### MODULO DI ANALISI MATEMATICA II:

successioni e funzioni in spazi euclidei: convergenza, continuità, e limiti; principali risultati; il teorema fondamentale dell'algebra; il teorema di esistenza degli zeri e la connessione (per archi);

calcolo differenziale in più variabili: derivate direzionali, condizione per gli estremi interni, differenziabilità, rappresentazione del differenziale e matrice jacobiana, vettori, rette e piani tangenti a curve, superficie e a grafici di funzioni.

Teorema della funzione implicita per funzioni e sistemi: teorema di inversione locale.

Campi di vettori e forme differenziali: condizioni di integrabilità e calcolo delle primitive.

Rettificabilità, lunghezza e integrale curvilineo di una funzione su una curva parametrica.

Integrali multipli: formule di riduzione (teoremi di Fubini e Tonelli), cambio di variabili ed integrazione per parti (formula di Gauss-Green-Ostrogradskij).

Superficie parametriche regolari, area e integrali superficiali.

### *Bibliografia e materiale didattico*

Dato il carattere molto standard del corso viene consigliata la lettura di un qualsiasi libro di testo di Algebra lineare e di Analisi Matematica II. Ulteriori indicazioni bibliografiche, che possono variare di anno in anno, verranno date durante le lezioni.

Per l'anno corrente due testi consigliati sono

E. Giusti: Analisi Matematica 2 ed. Boringhieri



## UNIVERSITÀ DI PISA

---

S. Lang: Algebra Lineare Ed. Boringhieri

### Modalità d'esame

A seguito delle istruzioni per lo svolgimento a distanza degli esami (Prot 38246/2020 del 20/04/2020), le modalità precise di esame (in presenza e non) verranno comunicate in seguito, dopo la approvazione degli organi competenti

Ulteriori informazioni sullo svolgimento delle prove e sulle dotazioni tecniche si troveranno sulla pagina web del docente, vedi anche

link [COVID-19: didattica, esami, servizi](#)

Link al canale ufficiale del corso su Teams [591AA - ALGEBRA LINEARE E ANALISI MATEMATICA II \(IFO-L\)](#)

Il materiale delle lezioni e' organizzato su [classroom](#)

In continuita' con anni passati E` possibile sostenere in appelli diversi della stessa sessione gli scritti e gli orali solo se si sostengono gli esami dei due moduli di Algebra e di Analisi contemporaneamente.

### Altri riferimenti web

Link al canale ufficiale del corso su Teams [591AA 21/22- ALGEBRA LINEARE E ANALISI MATEMATICA II \(IFO-L\)](#)

Il materiale delle lezioni e' organizzato su [Classroom codice:eibtpua](#)

*Ultimo aggiornamento 08/04/2022 13:29*