UNIVERSITÀ DI PISA

ANALISI MATEMATICA II E COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA

CLAUDIO SACCON

Anno accademico	2021/22
CdS	INGEGNERIA AEROSPAZIALE
Codice	167AA
CFU	12

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
ANALISI MATEMATICA II	MAT/05	LEZIONI	60	CLAUDIO SACCON
COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA II	MAT/05	LEZIONI	60	CLAUDIO SACCON

Obiettivi di apprendimento

Conoscenze
Agli studenti è richiesto di acquisire le nozioni di base e le abilità di calcolo relative agli argomenti sottoelencati al successivo punto "Programma(contenuti del corso"), che costituiscono le nozioni di Analisi Matematica grosso modo standard per il secondo anno.
Dovendo fare una distinzione (che potrebbe essere infondata) si ritiene che le conoscenze siano relative alla compensione dei concetti chiave e al riconoscimento nei problemi concreti delle strutture astratte apprese nel corso (modellizzazione)

Modalità di verifica delle conoscenze
Nella prima sezione dello scritto si testa l'attiudine ad applicare correttamente i teoremi appresi a lezione (uso del teorema del Dini, criteri di convergenza, ecc.).
Nell'esame orale, che verte maggiormente su argomenti di teoria e sul corretto uso del linguaggio matematico (incluse alcune dimostrazioni), viene valuata maggiormente la "comprensione" (rispetto all'applicazione meccanica delle regole).

Capacità
Padronanza delle tecniche di calcolo (integrazione e derivazione) legate a funzioni di più variabili.

Modalità di verifica delle capacità
Nella seconda sezione dell'esame scritto viene richiesto agli studenti di risolvere un certo numero di problemi simili a quelli affrontati nel corso (soluzione di integrali, ricerca e classificazione dei punti stazionari di una fuzione in più variabili, soluzione di un sistema di equazioni lineari, calcolo dei coefficienti di Fourier di una funzione e studio della convergenza, ecc.).

Comportamenti
Data la natura di "materia di base" conoscenze e capacità sembrano identificarsi.

Modalità di verifica dei comportamenti
Come detto sopra la verifica avviene tramite l'esame finale.

Prerequisiti (conoscenze iniziali)
I contenuti dei corsi di Analisi Matematica ! e Geometria.

Indicazioni metodologiche
Il corso si articola in lezioni faccia a faccia, la cui frequenza è caldamente consigliata.

Programma (contenuti dell'insegnamento)

SPAZI VETTORIALI APPLICAZIONI LINEARI E MATRICI - Richiami.

Definizioni ed esempi. Gli spazi R^N. Vettori e operazioni tra vettori.

Dipendenza lineare, generatori e basi. Coordinate. Dimensione. Sottospazi vettoriali. Somma, intersezione, somma diretta.

Applicazioni lineari. Definizioni ed esempi. Nucleo e immagine. Rappresentazione mediante matrici. Algebra delle matrici. Applicazione lineare associata ad una matrice. Cambi di base. Determinante. Rango e dimensione del nucleo di una matrice.

Autovalori e autovettori e autospazi. Polinomio caratteristico. Esistenza di basi di autovettori e diagonalizzabilità. Diagonalizzabilità delle matrici simmetriche. Forme quadratiche e loro segnatura. Criterio di Sylvester.

Spazi vettoriali normati completi. Alcune conseguenze della completezza: 1) legame tra convergenza e convergenza assoluta per le serie; 2) teorema delle contrazioni.

CALCOLO DIFFERENZIALE IN PIU' VARIABILI. R^N come spazio normato: aperti chiusi e frontiere in R^N. Insiemi limitati.

Limiti di funzioni. Continuità. Teorema di Weierstrass e teoremi di connessione.

Derivate parziali e derivate direzionali. Funzioni differenziabili e differenziale. Iperpiano tangente al grafico. Gradiente. Teorema del differenziale totale. Matrice Jacobiana. Calcolo differenziale, in particolare differenziale di una funzione composta.

Derivate successive. Teorema di Scwhartz e matrice hessiana. Formula di Taylor.

Massimi e minimi. Criteri per stabilire la natura dei punti critici mediante la segnatura dell'Hessiano.

Teorema del Dini e delle funzioni implicite. Massimi e minimi vincolati e moltiplicatori di Lagrange.

CALCOLO INTEGRALE IN PIU' VARIABILI. Integrale di Riemann. Calcolo di aree e volumi. Funzioni e insiemi misurabili secondo Riemann. Teorema di Fubini e integrali iterati. Formula di cambio di variabile. Insiemi e funzioni positive misurabili in senso improprio. Integrale improprio di funzioni misurabili positive. Funzioni integrabilili in senso improprio. Teorema di Fubini-Tonelli per gli integrali impropri.

SUCCESSIONI E SERIE DI FUNZIONI. SERIE DI POTENZE. SERIE

DI FOURIER.

Convergenza puntuale e uniforme per successioni di funzioni. Teoremi di passaggio al limite:
scambio di limiti, limite sotto il segno di integrale, passaggio al limite delle derivate. Serie di funzioni. Convergenza totale e convergenza uniforme. Passaggi al limite sotto il segno di serie
(continuità, derivata, integrale).

Serie di potenze. Raggio di convergenza e regolarità della somma all'interno dell'intervallo di convergenza. Legame tra i coefficienti della serie di potenze e i coefficienti di Taylor della sommma. Funzioni Analitiche. Risoluzione per serie di equazioni differenziali lineari (problemi di Cauchy).

Serie di Fourier. Definizione e teorema di convergenza per funzioni regolari a tratti. Legame tra la regolarità della funzione e la sommabilità dei coefficienti.

Funzioni a energia finita, convergenza in energia e sviluppi di Fourier per funzioni a energia finita. Eguaglianza di Parceval. Uso delle serie di Fourier nella risoluzione di equazioni differenziali lineari con condizioni al contorno.

CURVE, SUPERFICI E CAMPI VETTORIALI. Rappresentazione parametriche di curve. Lunghezza e integrali curvilinei di prima specie (di funzioni scalari). Campi vettoriali. Integrali curvilinei di seconda specie di campi vettoriali. Campi conservativi e loro caratterizzazione mediante l'integrale curvilineo. Potenziale.

Rotore e divergenza di un campo. Campi irrotazionali e campi conservativi. Campi itrrotazionali su domini semplicemente connessi. Condizioni sufficienti per la semplice connessione (stellatezza).
Campi solenoidali e potenziale vettore.

Superfici paramериche, normale a una superficie parametrica. Integrali superficiali di prima specie nel caso parametrico. Area di una superficie.

Superfici generali ottenute incollando superfici parametriche. Superfici orientabili. Integrale superficiale di prima specie nel caso generale.
Superfici orientabili. Flusso di un campo attraverso una superficie orientabile.

Orientabilità del bordo di un dominio. Teorema delle Divergenza. Superfici con bordo e orientamento del bordo coerente con la normale. Teorema di Stokes. Esempi vari.

SISTEMI DI EQUAZIONI DIFFERENZIALI Teorema generale di Cauchy (mediante il teorema delle contarzioni). Riducibilità di un sistema di ordine N a uno di ordine 1. Sistemi di equazioni lineari (o affini) e teoremi di struttura sull'insieme delle soluzioni.

Caso dei sistemi lineari a coefficienti costanti. Esponenziale di una matrice e relativa formula risolutiva. Metodi di calcolo per l'esponenziale. Forma di Jordan e tecniche per la jordanizzazione di una matrice con relativo calcolo delle soluzioni del sistema associato.

Bibliografia e materiale didattico

Sul sito del docente sono disponibili le trascrizioni dei corsi di tre o quattro anni passati come pure i compiti corretti degli ultimi cinque anni, e del materiale didattico sempre fornito dal docente.
Il sito di cui sopra è http://pagine.dm.unipi.it/
E' inoltre incoraggiato lo studio di un testo standard di Analisi 2. A questo proposito si suggerisccono "Analisi matematica 2" di Marco Bramanti, Carlo D. Pagani, Sandro Salsa. Un altro testo utile, più incentrato sulle applicazioni e sugli esercizi è "Calcolo differenziale 2. Funzioni di più variabili": by R.A. Adams and C. Essex

Indicazioni per non frequentanti

Si consiglia di prendere visione del materiale didattico presente sul sito del docente:
http://pagine.dm.unipi.it/csblog1/

Modalità d'esame

L'esame consta di una prova scritta ed una orale. Lo scritto a sua volta è diviso in due sezioni una di quaranta minuti e la seconda di due ore e venti minuti.
La prima sezione dello scritto mira a valutare la compresione di alcuni concetti chiave mediante la loro corretta applicazione o mediante delle domande a risposta aperta o a risposta multipla.
La seconda (con maggior tempo a disposizione) verifica le capacità tecniche di calcolo sviluppate.
La prova orale è facoltativa nel caso di sufficienza alla prova scritta e verte maggiormente su argomenti di teoria (incluse alcune dimostrazioni).
Viene qui valuata maggiormente la "comprensione" (rispetto all'applicazione meccanica delle regole o alla conoscenza mnemonica).

Altri riferimenti web

L'eventuale pagina di elearning (attualmente ne sono presenti due)

Ultimo aggiornamento 24/11/2021 15:57