UNIVERSITÀ DI PISA

MATEMATICHE ELEMENTARI DA UN PUNTO DI VISTA SUPERIORE: ARITMETICA

ALBERTO COGLIATI

Anno accademico	2022/23
CdS	MATEMATICA
Codice	065AA
CFU	6

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
MATEMATICHE ELEMENTARI DA UN PUNTO DI VISTA SUPERIORE: ARITMETICA	MAT/04	LEZIONI	48	ALBERTO COGLIATI

Obiettivi di apprendimento

Conoscenze
Lo studente potrà acquisire conoscenze in merito alla struttura assiomatica dei principali insiemi numerici (numeri naturali, interi, razionali, reali, complessi, quaternioni) e alla teoria elementare dei numeri.

Modalità di verifica delle conoscenze
Le conoscenze acquisite saranno valutate attraverso un esame orale.

Capacità
Lo studente sarà messo nelle condizioni di comprendere la struttura assiomatica degli insiemi numerici prima menzionati e di conoscere alcuni rudimenti della teoria dei numeri.

Modalità di verifica delle capacità
Risoluzione di esercizi.

Comportamenti
Lo studente acquisirà una buona sensibilità per questioni fondazionali dell'aritmetica elementare.

Modalità di verifica dei comportamenti
Valutazione attraverso esame scritto e orale.

Prerequisiti (conoscenze iniziali)
Conoscenze elementari di teoria degli insiemi e di algebra.

Programma (contenuti dell'insegnamento)

La struttura assiomatica dei numeri naturali. Gli assiomi di Peano-Dedekind. Definizione per ricorsione. Somma e prodotto. Deduzione delle principali proprietà aritmetiche di N. Il principio del buon ordinamento. Letture dall'opera di Dedekind "Essenza e significato dei numeri".
Costruzioni dei numeri razionali.
Costruzione dei numeri reali. Vari approcci. La costruzione di Dedekind e la costruzione di Cantor. Lettura dal pamphlet di Dedekind "Continuità e numeri irrazionali". Numeri reali e retta euclidea. Excursus storico sulle grandezze incommensurabili. Un confronto tra il V libro di Euclide e la costruzione di Dedekind.
Argomenti scelti di teoria elementare dei numeri: esistenza di numeri trascendenti (teorema di Liouville), trascendenza di "e" e di "pi greco".
Interi di Gauss e applicazioni alla teoria dei numeri.
Frazioni continue. Irrazionalità quadratiche e teorema di Galois.
La costruzione di Hamilton dei numeri complessi.
Il corpo dei quaternioni, gli interi d Hurwitz e il teorema dei quattro quadrati.

Bibliografia e materiale didattico

S. Feferman, The number systems, AMS, 1963. Seconda edizione, 2005.
J. Stillwell, Elements of number theory, Springer, 2010.
Appunti redatti a cura del docente.

Modalità d'esame

Esame scritto e oral.

Ultimo aggiornamento 23/08/2022 12:51