



# UNIVERSITÀ DI PISA

---

## GEOMETRIA 1

**MARIO SALVETTI**

Anno accademico	2022/23
CdS	MATEMATICA
Codice	614AA
CFU	15

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
GEOMETRIA 1	MAT/03	LEZIONI	120	SANDRO MANFREDINI MARIO SALVETTI

### Obiettivi di apprendimento

#### *Conoscenze*

Lo studente avrà acquisito le conoscenze base della teoria degli spazi vettoriali e delle applicazioni lineari, con alcune applicazioni geometriche fondamentali di base, che sono di fondamento per quasi tutti i corsi successivi.

#### *Modalità di verifica delle conoscenze*

esame scritto e orale, prove in itinere, ricevimenti personalizzati.

#### *Capacità*

al termine del corso lo studente sarà in grado di manipolare e usare gli strumenti base che verranno poi applicati in seguito

#### *Modalità di verifica delle capacità*

domande e interventi in aula, proposizione di esercizi da risolvere

#### *Comportamenti*

lo studente acquisirà la capacità di astrazione e di modellizzazione tipiche delle materie scientifiche

#### *Modalità di verifica dei comportamenti*

domande dirette in aula con verifica della capacità di soluzione di problemi

#### *Prerequisiti (conoscenze iniziali)*

capacità di ragionamento e deduzione logica: può essere d'aiuto aver studiato Geometria euclidea e geometria analitica nelle scuole superiori.

#### *Prerequisiti per studi successivi*

è un insegnamento di base per tutte le materie che vengono studiate a Matematica

#### *Indicazioni metodologiche*

corsi frontali, si usano delle note (reperibili on line) scritte dai docenti.

#### *Programma (contenuti dell'insegnamento)*

A grandi linee (con possibili variazioni minori):

- Vettori geometrici: somma, prodotto esterno, prodotto scalare, prodotto vettoriale, prodotto misto e scrittura in coordinate; applicazioni (distanze, angoli, aree, volumi); equazioni cartesiane e parametriche di rette e piani nello spazio.
- Assiomi di campo e di spazio vettoriale. Numeri complessi. Sottospazi, combinazioni lineari, span. Lineare indipendenza. Caratterizzazione delle basi. Ogni spazio vettoriale ha base (dimostrazione nel caso finitamente generato). Algoritmo di scambio, dimensione di uno spazio vettoriale. Somme e somme dirette. Formula di Grassmann.
- Teoria dei sistemi lineari (teorema di Roche'-Capelli, algoritmo di Gauss, rango, rango per righe=rango per colonne).



## UNIVERSITÀ DI PISA

---

- Applicazioni lineari: nucleo, immagine, formula delle dimensioni, matrice associata. Composizione e prodotto righe per colonne. Formula del cambiamento di base (caso generale e caso della similitudine per endomorfismi). SD equivalenza. Invarianti per similitudine.
- Determinante: assiomi, gruppo simmetrico (segno di una permutazione), formula del determinante, sviluppo per righe e per colonne, matrice inversa. Teorema di Binet.
- Autovalori e autovettori: polinomio caratteristico, molteplicità algebrica e geometrica, caso reale, diagonalizzabilità, criteri di diagonalizzabilità. Indipendenza di autovettori relativi ad autovalori distinti. Polinomio minimo, caso diagonalizzabile, teorema di Hamilton-Cayley. Sottospazi invarianti, caso diagonalizzabile, criterio di diagonalizzabilità simultanea. Triangolarizzabilità. Forma canonica di Jordan.
- Prodotti scalari: matrice associata a un prodotto scalare. Formula di cambiamento di base (congruenza). Sottospazio radicale. Formula della dimensione dell'ortogonale di un sottospazio. Teorema di Lagrange e Gram-Schmidt. Teorema di Sylvester reale e complesso, segnatura. Vettori e sottospazi isotropi. Prodotti hermitiani. Operatori simmetrici ed hermitiani. Operatori ortogonali ed unitari. Teorema di Riesz, operatore trasposto e aggiunto. Teorema spettrale. Triangolarizzazione con matrici unitarie. Matrici e operatori normali.
- Spazi affini. Classificazione affine e isometrica delle quadriche.

### Bibliografia e materiale didattico

Prevalentemente note scritte dei docenti.

Diversi libri sono consultabili, anche se non verranno seguiti come libri di testo (autori: Lang, Sernesi, Ciliberto, Abate)

### Indicazioni per non frequentanti

non ci sono variazioni

### Modalità d'esame

Scritto e orale.

### Pagina web del corso

<https://elearning.dm.unipi.it/course/view.php?id=376>

### Altri riferimenti web

<http://people.dm.unipi.it/salvetti/Geometria/indice3.html>

### Note

-

Ultimo aggiornamento 23/09/2022 16:18