



# UNIVERSITÀ DI PISA

## TEORIA ERGODICA

---

### GIANLUIGI DEL MAGNO

Anno accademico	2022/23
CdS	MATEMATICA
Codice	224AA
CFU	6

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
TEORIA ERGODICA	MAT/05,MAT/07	LEZIONI	42	GIANLUIGI DEL MAGNO PAOLO GIULIETTI

#### Obiettivi di apprendimento

##### *Conoscenze*

Il corso è un'introduzione alla teoria ergodica. Lo studente imparerà i concetti e le tecniche fondamentali della teoria ergodica, che aiutano ad analizzare i sistemi dinamici in matematica e in altre discipline scientifiche. La teoria ergodica è la disciplina matematica che si occupa di sistemi dinamici dotati di misure invarianti. Un sistema dinamico (discreto) è una trasformazione  $f : M \rightarrow M$  in uno spazio misurabile  $M$ . Pensiamo a  $M$  come allo spazio di tutti i possibili stati di un dato sistema e a  $f$  come alla legge di evoluzione del sistema. Se l'elemento  $x$  in  $M$  è lo stato iniziale del sistema, allora  $f(x)$  è lo stato del sistema dopo l'unità di tempo. Supponiamo sempre che  $f$  sia misurabile e lasci invariante una misura definita su  $M$ .

##### *Modalità di verifica delle conoscenze*

1. Presentazione orale (seminario) di una tesina finale scritta su un argomento di teoria ergodica scelto dallo studente e approvato dai docenti
2. Problemi assegnati periodicamente

##### *Capacità*

Lo studente avrà una conoscenza dettagliata di una serie di esempi fondamentali nella teoria ergodica e capirà le prove dei teoremi fondamentali.

##### *Modalità di verifica delle capacità*

- Discussione di concetti e problemi a lezioni e durante i ricevimenti
- Esercizi assegnati periodicamente

##### *Comportamenti*

Lo studente sarà in grado di applicare concetti e metodi di base della teoria ergodica allo studio dei sistemi dinamici in matematica e in altre discipline scientifiche.

##### *Modalità di verifica dei comportamenti*

Discussione di concetti e problemi a lezioni e durante i ricevimenti.

##### *Prerequisiti (conoscenze iniziali)*

Analisi reale, nozioni di base della teoria della misura e analisi funzionale

##### *Programma (contenuti dell'insegnamento)*

Gli argomenti trattati nel corso sono i seguenti:

1. Ricorrenza: misure invarianti, teorema di ricorrenza di Poincaré, esempi
2. Esistenza di misure invarianti: topologia debole\*, teorema di Krylov-Bogoliubov
3. Teoremi ergodici: teorema ergodico di von Neumann, teorema ergodico di Birkhoff, teorema ergodico subadditivo
4. Ergodità: sistemi ergodici, esempi, proprietà delle misure ergodiche, decomposizione ergodica



## UNIVERSITÀ DI PISA

---

5. Ergodicità unica: ergodicità unica, minimalità, misura di Haar
6. Mixing: mixing, Markov shifts
7. Sistemi equivalenti: equivalenza ergodica, equivalenza spettrale
8. Entropia: entropia metrica, teorema di Kolmogorov-Sinai, entropia locale, esempi
9. Mappe espansive: esistenza di misure invarianti assolutamente continue

### Bibliografia e materiale didattico

1. M. Viana and K. Oliveira, Foundations of Ergodic Theory, Cambridge University Press, 2016
2. P. Walters, An introduction to ergodic theory, Springer, 1982

### Modalità d'esame

1. Tesina finale scritta su un argomento scelto dallo studente
2. Presentazione orale della tesina
3. Risoluzione di problemi

*Ultimo aggiornamento 25/08/2022 11:03*