



## UNIVERSITÀ DI PISA ANALISI COMPLESSA B

---

### FABRIZIO BROGLIA

Anno accademico	2022/23
CdS	MATEMATICA
Codice	092AA
CFU	6

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
ANALISI COMPLESSA B/a	MAT/03	LEZIONI	42	FABRIZIO BROGLIA

#### Obiettivi di apprendimento

##### *Conoscenze*

Il corso è un corso della laurea magistrale, pertanto seguibile e valido anche come corso di dottorato da studenti dottorandi. saranno Argomenti del corso (a seconda anche delle conoscenze del pubblico) saranno:  
Principali proprietà dell'algebra delle funzioni oloedre in  $\mathbb{C}$  u variabili.  
Proprietà di natura locale e globale.  
Nozione di germe di funzione e algebra dei germi di funzioni.  
Teoremi di preparazione e di divisione di Weierstrass, Conseguenze sulla noetherianità dell'algebra dei germi.  
Teorema degli zeri (Nullstellensatz) per germi di funzioni.  
Passaggio al globale. Nozione di spazio analitico.  
Coomologia di uno spazio analitico a coefficienti in un fascio.  
Richiami sulla convessità oloedra e Spazi di Stein.

##### *Modalità di verifica delle conoscenze*

La verifica avverrà a tramite esame orale che può avvenire in modo tradizionale o tramite l'esposizione da parte dello studente di un argomento concordato con il docente strettamente relazionato con quelli del programma

##### *Prerequisiti (conoscenze iniziali)*

Prerequisiti sono le nozioni di Algebra, Analisi e Geometria apprese durante i primi due anni del corso di Matematica con particolare riguardo a quelle svolte nel corso di Geometria 2. In ogni caso i prerequisiti verranno richiamati ogni volta che risulti necessario.

##### *Corequisiti*

??

##### *Prerequisiti per studi successivi*

Le nozioni esposte sono classiche e rientrano in molti ambiti tematici, sia a carattere di base che applicativo. In particolare alcune nozioni sono parallele a quelle dei corsi di Geometria Algebrica.

##### *Programma (contenuti dell'insegnamento)*

Il corso ha per oggetto lo studio delle proprietà delle funzioni analitiche di  $\mathbb{C}$  u variabili: tale studio si è sviluppato storicamente in ambito complesso per via della proprietà di oloedria (derivabilità in senso complesso) di tali funzioni. Pertanto il corso inizia con richiami della teoria delle funzioni oloedre (Condizioni Cauchy-Riemann, Prolungamento analitico, Principio del massimo, Teorema di Hartogs, Teorema delle funzioni implicite etc.) e della topologia compatto-aperta sullo spazio delle funzioni oloedre.  
Poi illustrerà le proprietà algebriche dell'algebra delle serie di potenze convergenti, tra cui il teorema di divisione di  $\mathbb{C}[x, y]$  e il teorema di preparazione di Weierstrass. Dopo alcuni richiami sugli anelli noetheriani e anelli a fattorizzazione unica si proverà la Noetherianità dell'anello delle serie, e il Nullstellensatz per l'anello dei germi di funzioni oloedre.



## UNIVERSITÀ DI PISA

---

In questo ambito una nozione di centrale importanza e che ha influenzato moltissimo il contesto geometrico nel secolo scorso permettendo, tra l'altro, di estendere lo studio delle funzioni olomorfe anche su spazi non necessariamente lisci (cioè e non necessariamente localmente omeomorfi a aperti di  $\mathbb{C}^n$  ma con opportune singolarità) è quella di struttura di spazio analitico. Il corso potrebbe concludersi con l'esposizione di tale argomento e la descrizione locale degli spazi analitici come rivestimento di  $\mathbb{C}^n$  al di fuori di un opportuno sottospazio. (nozione di rivestimento ramificato).

La descrizione globale degli spazi analitici, in particolare degli spazi di Stein, prevede oltre alla nozione di fascio, un poco di teoria di coomologia e verrà fatta seguendo possibilmente lo sviluppo storico di tale nozione, da spazio visto come rivestimento ramificato (Grauert, Remmert) alla nozione di spazio anulato (cioè con fascio di anelli) (Cartan, Oka, Bruhat, Whitney, Grothendieck).

Maggiori dettagli saranno messi via via sulla mia home page.

### Bibliografia e materiale didattico

Per i richiami e gli ampliamenti della teoria delle funzioni olomorfe si può consultare uno dei numerosi testi sull'argomento: in particolare il testo

H. Cartan *Théorie élémentaire des fonctions analytiques d'une ou plusieurs variables complexes*. Herman Paris 1961

È già noto agli studenti in quanto riferimento base per il corso di Geometria 2.

Per le altre parti del programma un buon riferimento è il testo

R. Gunning, H. Rossi *Analytic functions of several complex variables* Prentice-Hall 1965

Si possono trovare sulla mia pagina on line le note del corso redatte dallo studente Matteo Talluri

### Modalità d'esame

In alternativa all'esame (orale) si può fare, in accordo con lo studente, una forma di esame che preveda l'esposizione in un seminario della durata di circa una ora di un argomento strettamente correlato al programma.

*Ultimo aggiornamento 13/09/2022 12:57*