UNIVERSITÀ DI PISA

METODI MATEMATICI 2

ENRICO MEGGIOLARO

Anno accademico	2022/23
CdS	FISICA
Codice	175BB
CFU	6

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
METODI MATEMATICI 2	FIS/02	LEZIONI	48	ENRICO MEGGIOLARO

Obiettivi di apprendimento

Conoscenze

Lo studente che completa con successo la prima parte del corso acquisira` una conoscenza dettagliata dei fondamenti della "teoria delle funzioni di una variabile complessa" e delle sue applicazioni al calcolo di integrali definiti e a numerosi problemi di potenziale in due dimensioni in fisica. Nella seconda parte del corso lo studente imparera` ad applicare queste tecniche allo studio delle principali proprieta` della cosiddetta "funzione di Green" di un sistema lineare, una nozione di fondamentale importanza con svariate applicazioni in molti campi della fisica. Contestualmente, lo studente acquisira` una conoscenza basilare dei fondamenti della cosiddetta "teoria delle distribuzioni" (in particolar modo delle "distribuzioni temperate" e delle loro trasformate di Fourier), mettendo cosi` su basi matematicamente rigorose la nozione della cosiddetta "delta di Dirac" (e di altre famose distribuzioni).

Modalità di verifica delle conoscenze

Le conoscenze acquisite dallo studente saranno verificate sulla base dalla sua capacita` di risolvere i problemi assegnati durante le esercitazioni e nelle prove finali d'esame (scritto e orale).

Capacità

Lo studente sara` in grado di risolvere esercizi e problemi (come il calcolo di integrali definiti e problemi di potenziale in due dimensioni in fisica) usando i metodi della teoria delle funzioni analitiche di una variabile complessa (incluse le cosiddette "trasformazioni conformi"). Inoltre, lo studente sara` in grado di risolvere esercizi e problemi in svariati campi (principalmente, in elettromagnetismo) che coinvolgono la cosiddetta "funzione di Green" di un sistema lineare, facendo anche un uso appropriato delle cosiddette "distribuzioni".

Modalità di verifica delle capacità

Le capacita` acquisite dallo studente saranno verificate sulla base della sua abiliita` nel risolvere i problemi assegnati durante le esercitazioni e nelle prove finali d'esame (scritto e orale).

Comportamenti

Lo studente sara` in grado di intraprendere studi piu` avanzati in molti campi della fisica dove i metodi matematici discussi nel corso (ovvero, le nozioni di "funzioni analitiche di variabile complessa", di "funzioni di Green" e di "distribuzioni") vengono utilizzati.

Modalità di verifica dei comportamenti

La maturita` acquisita dallo studente nell'utilizzo dei metodi matematici discussi in questo corso sara` verificata sulla base della sua abiliita` nel risolvere i problemi assegnati durante le esercitazioni e nelle prove finali d'esame (scritto e orale).

Prerequisiti (conoscenze iniziali)

Si assume che lo studente che segue questo corso abbia gia` seguito il corso di "Metodi Matematici 1" (oltre, ovviamente, a tutti i corsi di matematica del biennio) e anche il corso di "Fisica 2".
Per poter sostenere l'esame e` necessario aver prima superato (con esito positivo) e verbalizzato l'esame del corso di "Metodi Matematici 1".

Indicazioni metodologiche

Lezioni ed esercitazioni frontali.
La frequenza non e` obbligatoria, ma e` comunque altamente consigliata.

Programma (contenuti dell'insegnamento)

A. FUNZIONI DI UNA VARIABILE COMPLESSA:
Nozione di funzione di una variabile complessa: continuita`, punti di diramazione e tagli.
Derivazione di una funzione di una variabile complessa: definizione e condizioni di Cauchy-Riemann.
Definizione e proprieta` delle cosiddette "funzioni analitiche".
Integrale di una funzione rispetto ad una variabile complessa: proprieta` fondamentali e "teoremi di Cauchy".
La formula dell'integrale di Cauchy per una funzione analitica e alcune sue conseguenze.
Integrali dipendenti da un parametro e derivata di ordine qualsiasi di una funzione analitica: "teorema di Morera" e "teorema di Liouville".
Serie uniformemente convergenti di funzioni di una variabile complessa: proprieta` generali e "teorema di Weierstrass".
Serie di potenze di una variabile complessa e serie di Taylor.
Gli zeri di una funzione analitica e il "teorema di unicita`".
Il prolungamento analitico dall'asse reale al piano complesso di alcune funzioni elementari. La nozione di "superficie di Riemann".
Serie di Laurent e classificazione dei punti singolari isolati di una funzione analitica.
Residuo di una funzione analitica in un punto singolare isolato: il "teorema fondamentale" della teoria dei residui.
Calcolo degli integrali definiti mediante i residui: il "lemma di Jordan".
La relazione fra funzioni analitiche ed armoniche e le cosiddette "trasformazioni conformi": alcune applicazioni ai problemi di potenziale.
B. FUNZIONI DI GREEN ED ELEMENTI DI TEORIA DELLE DISTRIBUZIONI:
Definizione e proprieta` della cosiddetta "funzione di Green" (per sistemi lineari e indipendenti dal tempo): l'analisi in frequenza e la "legge di dispersione".
Proprieta` della funzione di Green nel piano complesso del dominio delle frequenze per sistemi causali: le "trasformate di Hilbert" e il "teorema di Titchmarsh".
L'esempio fisico della suscettivita` elettrica di un mezzo dielettrico: le "relazioni di dispersione" di Kramers e Kroenig.
Definizione generale di "distribuzione": le "distribuzioni a supporto compatto" (E'), le "distribuzioni temperate" (S') e le "distribuzioni di Schwartz" (D').
Vari esempi di distribuzioni, fra cui la "delta di Dirac".
La "convergenza debole" di una successione di distribuzioni: esempi di successioni di distribuzioni convergenti alla delta di Dirac.
Definizione della derivata e della trasformata di Fourier di una distribuzione temperata.
La distribuzione "parte principale" [P(1/x)].
Prodotto e convoluzione fra distribuzioni.
Proprieta` e esempi di applicazioni delle distribuzioni.
La funzione di Green per il problema del potenziale coulombiano generato da una data distribuzione di cariche.
Esempi di funzioni di Green per problemi con condizioni al contorno assegnate.
Le funzioni di Green del campo elettromagnetico e la derivazione dei cosiddetti "potenziali ritardati".
Osservazioni sulla "trasformata di Laplace": la sua relazione con la trasformata di Fourier e il suo utilizzo per lo studio di sistemi lineari e indipendenti dal tempo.

Bibliografia e materiale didattico

1) G. Cicogna, "Metodi matematici della Fisica" (Second Edition, Ed. Springer, 2015): i capitoli 3, 4 e 5 coprono la quasi totalita` degli argomenti del corso.
2) G. Cicogna, "Exercises and Problems in Mathematical Methods of Physics" (Second Edition, Ed. Springer, 2020).
3) A.G. Sveshnikov & A.N. Tikhonov, "The theory of functions of a complex variable" (Mir Publishers, 1982): contiene una trattazione approfondita degli argomenti della prima parte del corso.
4) J.D. Jackson, "Elettrodinamica classica" (Ed. Zanichelli, 2001): contiene una trattazione approfondita degli esempi fisici discussi durante il corso.
Sono inoltre disponibili (nella pagina web del corso) gli appunti delle lezioni preparati dal docente.

Modalità d'esame

L'esame consistera` in una prova scritta, durante la quale verra` richiesto di risolvere tipicamente due problemi, uno sulla prima parte del corso e un altro sulla seconda parte. In caso di superamento con esito positivo (o almeno "quasi sufficiente") della prova scritta, lo studente sara` ammesso a sostenere la prova orale.

Pagina web del corso

https://elearning.df.unipi.it/course/view.php?id=227

Ultimo aggiornamento 04/12/2022 15:44