



# UNIVERSITÀ DI PISA

---

## ISTITUZIONI DI FISICA MATEMATICA

### GIOVANNI FEDERICO GRONCHI

Academic year	2022/23
Course	MATEMATICA
Code	774AA
Credits	11

Modules	Area	Type	Hours	Teacher(s)
ISTITUZIONI DI FISICA MATEMATICA	MAT/07	LEZIONI	72	GIULIO BAU' GIOVANNI FEDERICO GRONCHI

#### Obiettivi di apprendimento

##### *Conoscenze*

Il corso si propone di introdurre degli argomenti fondamentali della Fisica Matematica, con particolare riferimento ai Principi variazionali della Meccanica, alla Meccanica Hamiltoniana e alla teoria delle perturbazioni.

##### *Modalità di verifica delle conoscenze*

La verifica delle conoscenze sarà oggetto della valutazione dell'elaborato scritto previsto all'inizio di ogni sessione d'esame. Tale verifica proseguirà nella prova orale successiva per gli studenti ammessi a sostenerla.

##### *Capacità*

Lo studente sarà in grado di analizzare alcune equazioni fondamentali della Fisica Matematica, in particolare i sistemi hamiltoniani integrabili e le loro perturbazioni.

##### *Modalità di verifica delle capacità*

Durante il corso, saranno svolte diverse esercitazioni con l'obiettivo di mostrare agli studenti diversi esempi di sistemi hamiltoniani che nascono anche dalla modellizzazione di sistemi meccanici.

##### *Comportamenti*

Lo studente potrà acquisire e sviluppare tecniche di analisi di problemi fisici.

##### *Modalità di verifica dei comportamenti*

Durante le esercitazioni gli studenti saranno frequentemente interpellati e saranno anche invitati a svolgere alcuni esercizi.

#### Prerequisiti (conoscenze iniziali)

Non sono richieste conoscenze approfondite, ma una preparazione di base fornita dalle materie della laurea triennale.

#### Programma (contenuti dell'insegnamento)

Principi variazionali della Meccanica:

- preliminari di calcolo delle variazioni: funzionali, spazi di funzioni, variazione prima, funzionale di azione lagrangiana;
- principio di Hamilton, equazioni di Eulero-Lagrange, lagrangiane equivalenti, invarianza per cambiamento di coordinate;
- principio di Maupertuis, metrica di Jacobi, dinamica e geodetiche;
- variazione seconda, condizioni sufficienti per un minimo debole e forte: punti coniugati, condizioni di Legendre e di Jacobi, campi di estremali.

Meccanica hamiltoniana:

- trasformata di Legendre, equazioni di Hamilton



## UNIVERSITÀ DI PISA

---

- trasformazioni canoniche dipendenti e indipendenti dal tempo

Sistemi hamiltoniani integrabili:

- integrali primi e parentesi di Poisson
- parentesi di Lie di campi vettoriali, commutazione di campi e di flussi
- simmetrie e integrali primi: teorema di Noether.
- equazione di Hamilton-Jacobi: dualismo tra meccanica ed ottica geometrica, il metodo delle caratteristiche e la relazione tra le equazioni di Hamilton e l'equazione di Hamilton-Jacobi
- separazione delle variabili, esempi: problema dei 2 centri fissi, problema di Keplero accelerato. Teorema di Liouville-Arnold, variabili azione-angolo, esempi classici

Teoria hamiltoniana delle perturbazioni:

- principio della media
- metodo di Lie, equazione omologica e piccoli divisori
- forme normali
- invarianti adiabatici
- cenno alla teoria KAM

### Bibliografia e materiale didattico

- Note del corso fornite dai docenti
- V. I. Arnold: *Mathematical Methods of Classical Mechanics*, Springer
- G. Benettin, F. Fassò: *Introduzione alla teoria delle perturbazioni per sistemi Hamiltoniani*
- M. Giaquinta, S. Hildebrandt: *Calculus of Variations, Vol I*, Springer
- J. Moser e E. Zehnder: *Notes on Dynamical Systems*, Courant Institute of Mathematical Sciences

### Modalità d'esame

- L'esame è composto da una prova scritta ed una prova orale.
- La prova scritta consiste in uno o più esercizi da risolvere, che si svolge in un'aula normale; la durata della prova è di 3 ore e, una volta superata, la prova rimane valida per gli appelli della stessa sessione. Durante la prova scritta non è ammesso l'uso di libri o note del corso.
- La prova scritta è superata se il punteggio ottenuto è maggiore o uguale a 18/30. Tuttavia, risultano ammessi all'orale con riserva anche gli studenti che hanno conseguito 16/30 o 17/30.
- La prova orale consiste in un'interrogazione alla lavagna, o su foglio, nella quale lo studente dovrà dimostrare di aver appreso la parte teorica e pratica del corso.
- La prova orale è superata se il candidato avrà dimostrato di aver acquisito sufficiente dimestichezza con gli argomenti e le tecniche oggetto del corso.

*Ultimo aggiornamento 31/07/2022 11:40*