UNIVERSITÀ DI PISA

GEOMETRIA E ALGEBRA LINEARE

GIOVANNI GAIFFI

Anno accademico	2023/24
CdS	FISICA
Codice	718AA
CFU	12

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
GEOMETRIA	MAT/03	LEZIONI	96	GIOVANNI GAIFFI DAVIDE LOMBARDO

Obiettivi di apprendimento

Conoscenze
Fondamenti di calcolo vettoriale (geometrico e astratto) come si richiede in tutta la Matematica moderna.

Modalità di verifica delle conoscenze
esame scritto e orale, prove in itinere.

Capacità
tipica del ragionamento matematico: in particolare, capacita' di astrazione riconoscendo strutture simili in oggetti apparentemente diversi.

Modalità di verifica delle capacità
domande e interventi in aula.

Comportamenti
non rilevante per il tipo di corso

Modalità di verifica dei comportamenti
vedi campo precedente

Prerequisiti (conoscenze iniziali)
capacita' di ragionamento e deduzione logica: puo' essere d'aiuto aver studiato Geometria euclidea e geometria analitica nelle scuole superiori.

Indicazioni metodologiche
corsi frontali, si usano testi e delle note (reperibili on line) scritte dal docente.

Programma (contenuti dell'insegnamento)
- Vettori geometrici: somma, prodotto esterno, prodotto scalare, prodotto vettoriale, prodotto misto e scrittura in coordinate; applicazioni (distanze, angoli, aree, volumi); equazioni cartesiane e parametriche di rette e piani nello spazio.
- Assiomi di campo e di spazio vettoriale. Numeri complessi. Sottospazi, combinazioni lineari, span. Lineare indipendenza. Caratterizzazione delle basi. Ogni spazio vettoriale ha base (dimostrazione nel caso finitamente generato). Algoritmo di scambio, dimensione di uno spazio vettoriale. Somme e somme dirette. Formula di Grassmann.
- Teoria dei sistemi lineari (teorema di Roche'-Capelli, algoritmo di Gauss, rango, rango per righe=rango per colonne).
- Applicazioni lineari: nucleo, immagine, formula delle dimensioni, matrice associata. Composizione e prodotto righe per colonne. Formula del cambiamento di base (caso generale e caso della similitudine per endomorfismi). SD equivalenza. Invarianti per similitudine.
- Determinante: assiomi, gruppo simmetrico (segno di una permutazione), formula del determinante, sviluppo per righe e per colonne, matrice inversa. Teorema di Binet.
- Autovalori e autovettori: polinomio caratteristico, molteplicita' algebrica e geometrica, caso reale, diagonalizzabilita', criteri di diagonalizzabilita'. Indipendenza di autovettori relativi ad autovalori distinti. Polinomio minimo, caso diagonalizzabile, teorema di Hamilton-Cayley. Sottospazi invarianti, caso diagonalizzabile, criterio di diagonalizzabilita' simultanea. Triangolarizzabilita'.
- Prodotti scalari: matrice associata a un prodotto scalare. Formula di cambiamento di base (congruenza). Sottospazio radicale. Formula della

dimensione dell'ortogonale di un sottospazio. Teorema di Lagrange e Gram-Schmidt. Teorema di Sylvester reale e complesso, segnatura. Vettori e sottospazi isotropi. Prodotti hermitiani. Operatori simmetrici ed hermitiani. Operatori ortogonali ed unitari. Teorema spettrale. Triangolarizzazione con matrici unitarie.

Bibliografia e materiale didattico

Note scritte del docente.
Testi di consultazione: Lang, Algebra lineare.

Indicazioni per non frequentanti

non ci sono variazioni

Modalità d'esame

Scritto e orale.

Ultimo aggiornamento 27/07/2023 16:33