



# UNIVERSITÀ DI PISA

## ANALISI MATEMATICA

---

**MATTIA TALPO**

Anno accademico 2023/24  
CdS INFORMATICA  
Codice 724AA  
CFU 12

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
ANALISI MATEMATICA	MAT/05	LEZIONI	96	FABRIZIO BIANCHI MATTIA TALPO

### Obiettivi di apprendimento

#### *Conoscenze*

Questo corso è dedicato allo studio dell'analisi matematica: limiti, continuità, calcolo differenziale e integrazione, successioni serie e calcolo differenziale in più variabili.

#### *Modalità di verifica delle conoscenze*

Metodi:

- Esame conclusivo scritto
- Esame conclusivo orale

#### *Capacità*

Esame qualitativo e quantitativo del comportamento di una funzione di variabile reale. Calcolo di limiti, derivate e integrali. Convergenza di serie numeriche e integrali impropri. Massimi e minimi per funzioni di più variabili.

#### *Modalità di verifica delle capacità*

Prove di autovalutazione.

#### *Comportamenti*

Lo studente imparerà a capire quali sono gli strumenti necessari a risolvere un problema di Analisi Matematica.

#### *Modalità di verifica dei comportamenti*

Nelle esercitazioni verranno analizzate le capacità degli studenti nell'affrontare un problema matematico.

#### *Prerequisiti (conoscenze iniziali)*

Nozioni di calcolo di base: disuguaglianze, trigonometria, funzione esponenziale, logaritmi, polinomi.

#### *Indicazioni metodologiche*

Lezioni frontali.

Attività di apprendimento:

- seguire le lezioni
- partecipare a discussioni
- studio individuale

Frequenza consigliata.

Metodi di insegnamento:



### Programma (contenuti dell'insegnamento)

Invertibilità di una funzione: dominio, immagine, grafico. Funzioni pari, dispari, periodiche e monotone. Assioma di completezza dei numeri reali. Insiemi limitati. Massimo e minimo di un insieme. Estremi superiore e inferiore. Valore assoluto e disuguaglianza triangolare.

Continuità. Teorema dei valori intermedi. Teorema di Weierstrass. Continuità della funzione inversa.

Limiti. Punti di accumulazione e punti interni. Limiti da sinistra e da destra. Relazione fra continuità e limite. Unicità del limite. Teorema dei Carabinieri. Limite della funzione inversa. Teorema sulla permanenza del segno. Limite della composizione di funzioni. Limite di una funzione monotona. Infinitesimi e infiniti. Massimo e minimo di funzioni definite su insiemi non limitati. Asintoti.

Calcolo differenziale. Derivata. Derivate destra e sinistra. Relazione fra derivabilità e continuità. Retta tangente al grafico. Derivate di ordine superiore al primo. Derivata della funzione inversa e della composizione di funzioni. Monotonia e segno della derivata. Punti di massimi o di minimo locali. Teoremi di Fermat, Rolle e Lagrange. Segno della derivata seconda nei punti di massimo o di minimo locali. Teorema di De L'Hôpital. Formula di Taylor. Polinomi di Taylor delle funzioni elementari. Convessità. Punti angolosi e di cuspidi. Grafico qualitativo di una funzione.

Successioni. Limite di una successione. Sotto-successioni. Teorema dei Carabinieri. Esistenza del limite e limitatezza. Successioni divergenti. Composizione tra successioni e funzioni. Criteri del rapporto e della radice. Il fattoriale.

Calcolo integrale. L'integrale di Riemann. Integrabilità delle funzioni generalmente continue. Linearità dell'integrale. Additività rispetto all'intervallo di integrazione. Teorema della media integrale. Teorema fondamentale del calcolo integrale. Integrali con estremi di integrazione variabili. Integrazione per parti e per sostituzione. Integrale delle funzioni razionali.

Integrali su domini di integrazione non limitati e di funzioni non limitate nell'intorno di un punto. Serie numeriche.

Funzioni di più variabili. Dominio, grafico e curve di livello. Limiti e continuità. Derivate parziali, differenziale e gradiente. Punti stazionari.

Derivate seconde, matrice Hessiana. Massimi e minimi locali interni. Massimi e minimi su domini limitati e chiusi. Moltiplicatori di Lagrange.

### Bibliografia e materiale didattico

- ACERBI E., BUTTAZZO G.: Analisi matematica ABC. 1-Funzioni di una variabile, Pitagora Editrice, Bologna (2003)
- BUTTAZZO G., GAMBINI G., SANTI E.: Esercizi di Analisi Matematica I, Pitagora Editrice, Bologna (1991).
- AMAR M., BERSANI A.M.: Analisi Matematica 1 Esercizi e richiami di teoria, Edizioni LaDotta, Bologna (2012).
- PAGANI C.D., SALSA S.: Analisi matematica 1, Zanichelli, Bologna (2015).
- FUSCO N., MARCELLINI P., SBORDONE C. - Lezioni di analisi matematica due - Zanichelli, Bologna (2020).

### Modalità d'esame

- L'esame è composto da un test, una prova scritta e una prova orale.
- Il test è propedeutico per la prova scritta che a sua volta lo è per la prova orale.
- Il test e la prova scritta si svolgeranno entrambi il giorno indicato sul portale Valutami, intervallati da una pausa di 15 minuti.
- Il test è formato da 10 domande a risposta chiusa. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata vale 1 punto negativo, ogni risposta non data vale 0 punti. Il test ha la durata di 75 minuti e non è permesso l'utilizzo di libri, appunti, strumenti di calcolo o di comunicazione.
- Al termine dei test verranno inviate via email o proiettate in aula le risposte corrette, in modo che i candidati possano calcolare il punteggio ottenuto. Il test si intende superato con esito positivo solo se si ottiene un punteggio maggiore o uguale a 15.
- La prova scritta consiste in 3 esercizi da svolgere giustificando i passaggi logici eseguiti. La prova ha la durata di 90 minuti e possono essere consultati appunti e libri. Il punteggio massimo conseguibile è 30. L'accesso alla prova scritta è subordinato al superamento del test.
- Se la media tra i punteggi ottenuti nel test e nella prova scritta è minore di 18 lo studente dovrà ripetere sia test che compito nell'appello successivo. In altri termini, il test non viene conservato anche se ha avuto esito positivo.
- Se la media tra i punteggi ottenuti nel test e nella prova scritta è maggiore o uguale a 18 lo studente può decidere se concludere l'esame o sostenere anche la prova orale che è pertanto facoltativa.
- Se non si sostiene la prova orale il voto verbalizzato sarà uguale alla media tra test e compito alla quale andranno aggiunti gli eventuali punti ottenuti con le prove su EVO Learning (vedi ultimo punto). Se la somma è superiore a 26 verrà verbalizzato un voto pari a 26. Per ottenere voti maggiori di 26 è necessario sostenere la prova orale.



## UNIVERSITÀ DI PISA

---

- Se si sostiene la prova orale, il voto finale potrebbe essere inferiore al voto ottenuto con le prove scritte. Non è escluso che il candidato possa essere respinto.
  - Nella prova orale lo studente deve mostrare di conoscere perfettamente le definizioni e i teoremi in programma, le relative dimostrazioni (quelle che sono state svolte nel corso) e saper utilizzare tali teoremi per affrontare un problema di tipo teorico.
  - È necessaria l'iscrizione elettronica alle prove scritte sul portale Valutami all'indirizzo <https://esami.unipi.it/esami/>. Il risultato della prova scritta verrà comunicato ai singoli candidati attraverso lo stesso sito. Le soluzioni dello scritto, le date e il luogo delle prove orali saranno disponibili in rete su Google Classroom <https://classroom.google.com/c/NjlyMjUwMjk3MTQ4?cjc=bazxeli>
  - Si ricorda inoltre che per sostenere l'esame, sia scritto che orale, è necessario accertare l'identità del candidato; si raccomanda pertanto di portare con sé un documento d'identità valido.
  - Per gli studenti del vecchio regolamento (esame da 9 crediti) valgono le stesse regole, tenendo conto delle differenze nel programma d'esame.
- Verifiche intermedie**
- Nella prima e nell'ultima settimana di lezione del secondo semestre verranno erogate in aula due verifiche intermedie nella stessa forma del test d'esame. La prima verifica verterà sugli argomenti del primo semestre e la seconda su quelli del secondo semestre. Le due verifiche daranno luogo ad un voto combinato calcolato come il massimo tra il punteggio della seconda e la media dei punteggi delle due verifiche. Gli studenti che otterranno un voto combinato maggiore o uguale a 15 saranno esentati dal test nei tre appelli estivi e conserveranno come punteggio di test tale voto combinato. In fase di voto finale i mezzi punti saranno arrotondati per eccesso. Un voto combinato pari a 14.5 non dà diritto all'esenzione dai test estivi.
  - È facoltà dello studente sostenere ugualmente il test in ciascuna prova d'esame. Verrà considerato il punteggio massimo tra quello del test sostenuto nell'appello corrente il voto combinato delle due verifiche intermedie. Il voto combinato delle verifiche intermedie, in caso di mancato superamento dell'esame, resta valido anche per gli appelli successivi (fino a quello di luglio).
  - Al termine di ogni argomento del corso verrà erogato sulla piattaforma EVO Learning (<https://evo.di.unipi.it/student/courses/2>) un esame composto da 10 domande, simile al test d'esame. L'esame resterà disponibile per 10 giorni e, dal momento della sua apertura, dovrà essere completato in 90 minuti. L'esame si considera superato con almeno 5 risposte esatte. In totale verranno erogati 5 esami. Gli studenti che superano 3 o 4 esami avranno diritto a un punto aggiuntivo sul voto finale. Gli studenti che superano 5 test avranno diritto a due punti aggiuntivi. I punti verranno aggiunti alla media tra compito e test e non concorrono al superamento del test degli appelli d'esame.

### Esempi

#### Esempio 1:

voto combinato delle verifiche intermedie 15  
voto test appello di maggio 10  
voto compito maggio 21  
voto finale verbalizzabile 18

#### Esempio 2:

voto combinato delle verifiche intermedie 15  
voto test appello maggio 24  
voto compito maggio 16  
voto finale verbalizzabile 20

#### Esempio 3:

voto combinato verifiche intermedie 15  
voto test appello di maggio 24  
voto compito maggio 10

esame non superato. Il 15 delle verifiche intermedie può essere utilizzato per gli appelli di giugno e luglio (anche entrambi)

Per quanto riguarda gli esami sostenuti durante l'anno sulla piattaforma EVO Learning, nel caso di 3 o 4 esami superati con esito positivo (5 risposte esatte su 10), si avrà diritto a un punto aggiuntivo, con 5 esami superati si avranno 2 punti aggiuntivi. I punti non saranno aggiunti al punteggio del test ma alla media tra compito e test, quindi, con test insufficiente non si potrà sostenere il compito indipendentemente dai punti



## UNIVERSITÀ DI PISA

---

aggiuntivi ottenuti su EVO. I punti non decadono nel caso di mancato superamento dell'esame ma restano validi per tutto l'anno accademico. Nel caso in cui i punti aggiuntivi consentissero di ottenere un punteggio maggiore di 26, sarà necessario sostenere l'orale oppure accettare di verbalizzare 26.

**Esempio 1:**

voto test o verifiche intermedie 13  
punti aggiuntivi EVO 2  
si ripete il test negli appelli successivi

**Esempio 2:**

voto test o media verifiche intermedie 18  
voto compito 16  
punti aggiuntivi EVO 1  
voto finale verbalizzabile 18

**Esempio 3:**

voto test o media verifiche intermedie 15  
voto compito 13  
punti aggiuntivi EVO 2  
esame non superato  
i punti aggiuntivi EVO potranno comunque essere utilizzati negli appelli successivi

**Esempio 4:**

voto test o verifiche intermedie 27  
voto compito 23  
punti aggiuntivi EVO 2  
voto verbalizzabile 26  
per provare a ottenere un punteggio più alto è necessario fare l'orale

*Ultimo aggiornamento 10/04/2024 22:08*