



# UNIVERSITÀ DI PISA

## ANALISI MATEMATICA I

**STEFANO GALATOLO**

Anno accademico 2023/24  
CdS INGEGNERIA ELETTRONICA  
Codice 004AA  
CFU 12

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
ANALISI MATEMATICA I	MAT/05	LEZIONI	120	STEFANO GALATOLO

### Obiettivi di apprendimento

#### Conoscenze

Lo studente sarà in grado di capire gli strumenti matematici relativi al programma del corso ed utilizzarli correttamente.

#### Modalità di verifica delle conoscenze

Prova scritta e orale.

#### Modalità di verifica delle capacità

Prova scritta e orale.

#### Modalità di verifica dei comportamenti

Nessuna

#### Prerequisiti (conoscenze iniziali)

Algebra elementare, gli insiemi numerici, metodo assiomatico, dimostrazioni matematiche. Insiemi e funzioni, trigonometria, esponenziali e logaritmi.

#### Programma (contenuti dell'insegnamento)

- Premiminari.
  - Insiemi. Operazioni tra insiemi: unione, intersezione, differenza, prodotto cartesiano. Insieme delle parti.
  - Insiemi numerici:  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$ .
  - Funzioni tra insiemi. Funzioni iniettive, surgettive, bigettive, invertibili. Funzione inversa. Grafico di una funzione. Interpretazione grafica di iniettività e surgettività. Immagine e controimmagine di un sottoinsieme tramite una funzione.
  - Funzioni e funzioni inverse elementari (valore assoluto, potenze, esponenziali, logaritmi, funzioni trigonometriche e loro inverse). Funzioni pari, dispari, periodiche. Funzioni monotone. Funzioni iperboliche.
  - Proprietà dei numeri reali. Assioma di continuità.
  - Numeri complessi: forma cartesiana, polare, esponenziale. Coniugio, operazioni algebriche tra numeri complessi, potenze e radici n-esime. Teorema fondamentale dell'algebra e molteplicità delle radici di un polinomio. Esponenziale, logaritmo, seno e coseno in ambito complesso.
  - Insiemi limitati inferiormente, limitati superiormente, limitati. Massimo e minimo di un sottoinsieme. Maggioranti e minoranti. Estremo inferiore e superiore. Caratterizzazione di inf e sup. – Equazioni, disequazioni e loro interpretazione grafica.
  - Principio di induzione. Fattoriale, coefficienti binomiali, binomio di Newton.
- Limiti. – Limite di una successione di numeri reali. – Teorema di unicità del limite. Teorema di permanenza del segno. – Teorema del confronto. Teorema dei carabinieri. – Teoremi sul limite della somma, del prodotto per una costante, del prodotto di due successioni, del quoziente. Forme indeterminate.
  - Successioni monotone. Esistenza del limite delle successioni monotone. Successioni limitate. Il numero  $e$ .
  - Sottosuccessioni. Relazioni tra il limite di una successione e delle relative sottosuccessioni. Uso di sottosuccessioni per mostrare che un certo limite non esiste.
  - Definizione di limite di una funzione. Teoremi sui limiti di funzione analoghi a quelli per le successioni: teoremi sulla somma, il prodotto, il quoziente, teorema del confronto e dei carabinieri.
  - Limiti notevoli di funzioni.
  - Cambio di variabile nei limiti.
  - Criterio che lega i limiti di funzioni ai limiti di successioni.
  - Linguaggio degli infinitesimi. Definizione e principali proprietà di  $o$  piccolo,  $O$  grande, equivalenza asintotica.
  - Successioni per ricorrenza.



## UNIVERSITÀ DI PISA

---

- Serie.
  - Definizione di serie come limite delle somme parziali.
  - Condizione necessaria per la convergenza di una serie.
  - Serie geometrica, serie armonica generalizzata, serie telescopiche.
  - Serie a termini positivi: criterio della radice, del rapporto, del confronto, del confronto asintotico. Casi limite nel confronto asintotico.
  - Criterio di Leibnitz (serie a segno alterno) e dell'assoluta convergenza (serie a segno qualunque). – Serie di potenze e raggio di convergenza.
  - Serie di Taylor di una qualsiasi funzione derivabile infinite volte in un punto. Definizione di funzione analitica in un intervallo. Analiticità delle funzioni elementari.
  - Teorema di derivazione e integrazione per serie nel caso delle serie di potenze. Applicazione al calcolo della somma di alcune serie particolari.
- Calcolo differenziale in una variabile.
  - Funzioni continue in un punto ed in un insieme. Continuità delle funzioni elementari. Continuità della composizione di funzioni continue.
  - Definizione di massimo e minimo di una funzione su un insieme. Definizione di punto di massimo e punto di minimo (con enfasi sulla differenza tra massimo e punto di massimo).
  - Teorema di esistenza degli zeri e teorema di Weierstrass. Teorema dei valori intermedi. Immagine di una funzione continua su di un intervallo.
  - Definizione di funzione derivabile in un punto. Definizione di funzione differenziabile in un punto. Equivalenza tra le due definizioni. Interpretazione geometrica del rapporto incrementale, della derivata e del differenziale.
  - Teoremi algebrici sulle derivate: derivata della somma, del prodotto, del quoziente, della composizione. Calcolo della derivata delle funzioni elementari. Legami tra continuità e derivabilità in un punto.
  - Derivata della funzione inversa. Calcolo della derivata delle funzioni inverse elementari.
  - Relazione tra il segno della derivata in un punto e la monotonia. Relazioni tra debole e stretta monotonia in un intervallo e segno della derivata prima nell'intervallo stesso.
  - Teoremi sulle funzioni derivabili: Rolle, Cauchy, Lagrange.
  - Teorema di de l'Hopital.
  - Formula di Taylor con resto di Peano e con resto di Lagrange.
  - Studio di funzione locale e globale, e relative applicazioni.
- Calcolo integrale in una variabile. – Integrale di Riemann per funzioni di una variabile limitate su intervalli limitati. Significato geometrico. Partizioni di un intervallo, integrale inferiore e superiore.
  - Integrabilità delle funzioni monotone e delle funzioni continue. Proprietà dell'integrale.
  - Funzione integrale. Teorema della media integrale. Teorema fondamentale del calcolo integrale. Primitive di una funzione continua. Utilizzo di una primitiva per il calcolo di integrali definiti. Primitive delle funzioni elementari.
  - Formula di integrazione per parti. Formula di integrazione per sostituzione.
  - Integrazione delle funzioni razionali. Sostituzioni razionalizzanti. Accenno all'interpretazione geometrica delle sostituzioni razionalizzanti.
  - Integrali impropri: definizione nei due casi di dominio di integrazione non limitato oppure integranda non limitata.
  - Criterio del confronto e del confronto asintotico per lo studio della convergenza di un integrale improprio con integranda a segno costante. Criterio dell'assoluta convergenza per lo studio della convergenza di un integrale improprio con integranda a segno variabile. – Criterio del confronto serie integrali e sua giustificazione geometrica.
- Equazioni differenziali.
  - Ordine di una equazione, equazioni in forma normale, equazioni autonome. Esempi di famiglie (dipendenti da parametri) di soluzioni di equazioni differenziali.
  - Problema di Cauchy per una equazione di ordine  $n$ . Teorema di esistenza e unicità. Intervallo massimale di esistenza, tempo di vita.
  - Equazioni differenziali del primo ordine a variabili separabili. – Equazioni differenziali lineari del primo ordine.
  - Equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti di ordine arbitrario omogenee.
  - Equazioni lineari a coefficienti costanti non omogenee. Ricerca euristica di una soluzione "per tentativi". Metodo di variazione delle costanti.
  - Accenno ad un esempio di studio qualitativo della soluzione

### Bibliografia e materiale didattico

Analisi matematica 1 di [Marco Bramanti](#), [Carlo D. Pagani](#), [Sandro Salsa](#) Zanichelli.  
Analisi Matematica ABC 1 di E. Acerbi, G. Buttazzo Pitagora

### Modalità d'esame

Prova scritta e orale.

Ultimo aggiornamento 06/10/2023 10:31