



# UNIVERSITÀ DI PISA

---

## ELEMENTI DI ANALISI COMPLESSA

**MARCO ABATE**

Anno accademico 2023/24  
CdS MATEMATICA  
Codice 046AA  
CFU 6

| Moduli                           | Settore/i | Tipo    | Ore | Docente/i   |
|----------------------------------|-----------|---------|-----|-------------|
| ELEMENTI DI ANALISI<br>COMPLESSA | MAT/03    | LEZIONI | 48  | MARCO ABATE |

### Obiettivi di apprendimento

#### *Conoscenze*

Lo studente conoscerà i risultati principali dell'analisi complessa di una variabile, dai teoremi sulle successioni di funzioni olomorfe al teorema di uniformizzazione di Riemann, dai teoremi di Runge sull'approssimazione di funzioni olomorfe ai teoremi di Weierstrass e Mittag-Leffler sulla costruzione di funzioni globali a partire da dati locali. Inoltre lo studente conoscerà le basi dell'analisi complessa di più variabili, inclusa un'introduzione alle funzioni plurisubarmoniche e ai domini pseudoconvessi.

#### *Modalità di verifica delle conoscenze*

La verifica dell'acquisizione delle conoscenze avverrà tramite l'esposizione orale di argomenti trattati nel corso o vicini ad argomenti trattati nel corso, esposizione che lo studente dovrà fare nell'esame orale.

#### *Capacità*

Saper dimostrare teoremi di analisi complessa di bassa e media difficoltà.

#### *Modalità di verifica delle capacità*

L'esame orale finale comprenderà anche la presentazione di dimostrazioni di teoremi di analisi complessa, in modo da verificare le abilità dimostrative acquisite dallo studente.

#### *Comportamenti*

Lo studente affinerà ulteriormente le proprie abilità nel seguire, verificare ed elaborare autonomamente ragionamenti matematici di media difficoltà, in particolare nel campo dell'analisi complessa.

#### *Modalità di verifica dei comportamenti*

Tramite gli interventi in classe e la presentazione di un seminario finale su un argomento affine a quelli trattati.

#### Prerequisiti (conoscenze iniziali)

Analisi Matematica in una e più variabili. Topologia. Gruppo fondamentale. Le basi di analisi complessa in una variabile.

#### Indicazioni metodologiche

Erogazione: frontale

Attività di studio:

- seguire le lezioni
- studio individuale

Frequenza: non obbligatoria

Metodi didattici: lezioni

#### Programma (contenuti dell'insegnamento)

Complementi di analisi di una variabile complessa: Topologia compatta-aperta e topologia della convergenza uniforme sui compatti. Convergenza di successioni di funzioni olomorfe (Teorema di Weierstrass). Compattezza nello spazio delle funzioni olomorfe (Teorema di Stieltjes-Osgood-Montel; Teorema di Vitali). Teoremi di Hurwitz. Lemma di Schwarz. Automorfismi del disco unitario, del semipiano, del piano



## UNIVERSITÀ DI PISA

---

complesso, della sfera di Riemann. Distanza di Poincaré. Teorema di Wolff-Denjoy. Teorema di uniformizzazione di Riemann. Teoremi di Runge sull'approssimazione di funzioni olomorfe, con applicazioni. Teoremi di Mittag-Leffler e di Weierstrass sulla costruzione di funzioni globali a partire da dati locali.

Introduzione all'analisi di più variabili complesse:

Definizione ed esempi. Condizioni di Cauchy-Riemann e conseguenze. Principio del prolungamento analitico. Formula integrale di Cauchy. Disuguaglianze di Cauchy. Principio del massimo. Teoremi di Weierstrass, Montel e Vitali. Teorema di estensione di Hartogs. Domini di olografia. Domini convessi e pseudoconvessi. Funzioni plurisubarmoniche. Problema di Levi e sua soluzione.

### Bibliografia e materiale didattico

- R. Narasimhan: Complex analysis in one variable, Birkhäuser
- W. Rudin: Real and complex analysis, McGraw-Hill
- R. Narasimhan: Several complex variables, University of Chicago Press
- S.G. Krantz: Function theory of several complex variables, Wiley
- R.C. Gunning, H. Rossi: Analytic functions of several complex variables, Prentice-Hall
- Note del docente su una variabile complessa

### Modalità d'esame

Esame orale finale con svolgimento di breve seminario su un argomento a scelta dello studente fra una dozzina di temi proposti dal docente, seguito da alcune domande sui contenuti del programma.

*Ultimo aggiornamento 27/07/2023 16:42*