



# UNIVERSITÀ DI PISA

## ARITMETICA

---

### GIOVANNI GAIFFI

Anno accademico	2023/24
CdS	MATEMATICA
Codice	015AA
CFU	9

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
ARITMETICA	MAT/02	LEZIONI	63	MICHELE D'ADDERIO GIOVANNI GAIFFI

#### Obiettivi di apprendimento

##### *Conoscenze*

Lo scopo del corso di Aritmetica e' rendere gli studenti capaci di fare dimostrazioni per induzione, risolvere congruenze e fare calcoli e considerazioni teoriche con i polinomi. Gli studenti dopo aver superato l'esame avranno inoltre una solida conoscenza del calcolo combinatorio, delle proprieta' di base di gruppi anelli e piena conoscenza della teoria dei campi finiti.

##### *Modalità di verifica delle conoscenze*

L'esame consiste in una **prova scritta** e una **prova orale**.

La prova scritta puo' essere superata con 2 scritti in itinere o con un'unica prova scritta su tutto il programma. Il compito scritto prevede la risoluzione di 3 o 4 esercizi (2,5-3 ore) di diversa difficolta', sulle varie parti del programma. L'obbiettivo e' testare sia la conoscenza del programma che le capacita' di rielaborazione acquisite dallo studente.

All'esame orale verra' richiesto allo studente di riferire una parte del programma scelta sul momento dalla commissione (e su questo lo studente dovra' rivelare una visione chiara dell'argomento e una conoscenza precisa dei dettagli dimostrativi) e di risolvere qualche esercizio che richiede un ragionamento autonomo.

##### *Capacità*

Lo scopo del corso e' rendere lo studente capace di risolvere autonomamente gli esercizi del programma.

##### *Modalità di verifica delle capacità*

Esame scritto e orale

##### *Comportamenti*

Seguire le lezioni e svolgere man mano gli esercizi del libro di testo,. Partecipare ai ricevimenti e alle sedute di tutorato.

##### *Modalità di verifica dei comportamenti*

Nessuna.

##### *Prerequisiti (conoscenze iniziali)*

Aritmetica di base e polinomi.

##### *Indicazioni metodologiche*

Il corso prevede lezioni frontali e esercitazioni in classe, affiancate da ricevimenti studenti e tutorati alla pari.

La frequenza è fortemente consigliata così come lo studio personale durante le lezioni del corso. Lo studente potrà valutare il livello raggiunto per mezzo delle prove in itinere.

##### *Programma (contenuti dell'insegnamento)*

Proprietà dei numeri naturali. Assioma di buon ordinamento e principio di induzione.

Elementi di calcolo combinatorio: permutazioni, principio di inclusione-esclusione.



## UNIVERSITÀ DI PISA

---

Numeri interi: divisione euclidea, divisibilità, massimo comune divisore e minimo comune multiplo, algoritmo di Euclide. Numeri primi, teorema di fattorizzazione unica. Piccolo teorema di Fermat e funzione di Eulero.

Congruenze. Teorema cinese del resto. Equazioni e sistemi di congruenze, equazioni diofantee di primo grado. Relazioni di equivalenza e insiemi quoziente. Struttura delle classi resto. Gruppi e sottogruppi, gruppi abeliani e gruppi ciclici. Ordine di un elemento di un gruppo. Sottogruppi dei gruppi ciclici. Omomorfismi di gruppi. Classi laterali, sottogruppi normali e gruppo quoziente. Teorema di omomorfismo. Corrispondenza fra i sottogruppi di un gruppo e quelli di un suo quoziente.

Congruenze di secondo grado e congruenze esponenziali.

Numeri complessi: operazioni fondamentali e calcolo delle radici ennesime.

Polinomi a coefficienti razionali, reali e complessi, e nei campi con un numero primo di elementi. Proprietà del grado e divisione euclidea. Teorema di Ruffini. Polinomi irriducibili e fattorizzazione unica. Fattorizzazione di polinomi. Criterio di Eisenstein. Radici multiple dei polinomi e criterio della derivata.

Numeri algebrici e numeri trascendenti. Polinomio minimo di un elemento algebrico su un campo. Estensioni algebriche semplici.

Torri di estensioni, formula dei gradi. Campo di spezzamento di un polinomio. Campi finiti. Campo di spezzamento del polinomio  $X^n-1$  sui campi finiti.

### Bibliografia e materiale didattico

TESTI DI RIFERIMENTO :

Dispense del corso

R.Chirivì, I. Del Corso, R.Dvornicich - Esercizi scelti di Algebra (vol 1) - Springer Italia

L. Childs, Algebra, un'introduzione concreta, ETS Editrice

I.N. Herstein, Algebra, Editori Riuniti

P. Di Martino (con la revisione di R. Dvornicich), Algebra, Edizioni Plus, Università di Pisa

### Indicazioni per non frequentanti

Seguire lo svolgimento del corso dal registro delle lezioni. Controllare frequentemente la pagina web per indicazioni aggiuntive.

### Modalità d'esame

Esame scritto ed orale.

Ultimo aggiornamento 27/07/2023 16:32