



# UNIVERSITÀ DI PISA

## EQUAZIONI ELLITTICHE

---

**BOZHIDAR VELICHKOV**

Anno accademico **2023/24**  
CdS **MATEMATICA**  
Codice **109AA**  
CFU **6**

| Moduli               | Settore/i | Tipo    | Ore | Docente/i          |
|----------------------|-----------|---------|-----|--------------------|
| EQUAZIONI ELLITTICHE | MAT/05    | LEZIONI | 42  | BOZHIDAR VELICHKOV |

### Obiettivi di apprendimento

#### Conoscenze

Il corso ha come obiettivo di introdurre gli studenti alla teoria della regolarità delle soluzioni di equazioni differenziali parziali di tipo ellittico.

#### Modalità di verifica delle conoscenze

Esame orale

#### Capacità

Applicare le tecniche ed i metodi presentati durante il corso nello studio di diversi problemi variazionali e di PDE.

#### Modalità di verifica delle capacità

Esame orale

#### Modalità di verifica dei comportamenti

Esame orale

#### Prerequisiti (conoscenze iniziali)

Spazi di Sobolev

#### Programma (contenuti dell'insegnamento)

##### Capitolo 1. Continuità delle soluzioni.

Formulazione debole di problemi ellittici. Principio del massimo debole e teoremi di confronto. Parte positiva e modulo di una funzione di Sobolev. Iterazione di De Giorgi e limitatezza delle soluzioni. Limitatezza delle autofunzioni del Laplaciano con condizioni di Dirichlet. Soprasoluzioni e sottosoluzioni. Teorema della media. Continuità Hölder via la proprietà della media. Continuità Hölder fino al bordo via la proprietà della media. Operatori ellittici in forma di divergenza. Disuguaglianza di Caccioppoli. Decadimento dell'oscillazione e continuità Hölder. Teorema di De Giorgi. **Capitolo 2. Stime di Schauder.**

Continuità Lipschitz delle soluzioni all'interno e fino al bordo. Spazi di Sobolev sulla sfera unitaria. Formula di Weiss. Disuguaglianza epiperimetrica. Regolarità  $C^{1,\alpha}$  delle soluzioni all'interno e fino al bordo. **Capitolo 3. Funzioni armoniche.**

Stima del gradiente per le funzioni armoniche e teorema di Liouville. Funzioni armoniche in senso di viscosità. Formula di Poisson. Stima del gradiente. Regolarità Lipschitz fino al bordo e bounded slope condition. Principio del massimo di Hopf. Funzioni armoniche in domini con angoli.

Boundary Harnack Principle in domini lipschitziani.

#### Bibliografia e materiale didattico

Il testo di riferimento principale saranno le dispense del corso.

Come testi complementari sono consigliati:

- Gilbarg, Trudinger - *Elliptic partial differential equations of second order*
- Jost - *Partial differential equations*
- Giusti - *Direct methods in Calculus of Variations*



## UNIVERSITÀ DI PISA

---

Modalità d'esame  
Esame orale

Pagina web del corso  
<https://people.dm.unipi.it/velichkov/equazioni-ellittiche-23-24.html>

*Ultimo aggiornamento 15/09/2023 21:15*