



# UNIVERSITÀ DI PISA

## ANALISI COMPLESSA B

---

**FABRIZIO BROGLIA**

Academic year	2023/24
Course	MATEMATICA
Code	092AA
Credits	6

Modules	Area	Type	Hours	Teacher(s)
ANALISI COMPLESSA B/a	MAT/03	LEZIONI	42	FABRIZIO BROGLIA

### Obiettivi di apprendimento

#### Conoscenze

Principali proprietà dell'algebra delle funzioni oloedre in  $n$  variabili, in particolare Teorema di preparazione di Weierstrass, Teorema degli zeri, Nozione di spazio analitico. Coomologia a coefficienti in un fascio.

#### Modalità di verifica delle conoscenze

La verifica avverrà tramite esame orale che può avvenire in modo tradizionale o tramite l'esposizione da parte dello studente di un argomento concordato con il docente strettamente relazionato con quelli del programma

#### Prerequisiti (conoscenze iniziali)

Prerequisiti sono le nozioni di Algebra, Analisi e Geometria apprese durante i primi due anni del corso di Matematica con particolare riguardo a quelle del corso di Geometria 2. In ogni caso i prerequisiti verranno richiamati ogni volta che risulti necessario.

#### Prerequisiti per studi successivi

Le nozioni espote rientrano in molti ambiti matematici sia a carattere di base che applicativo. In particolare alcune nozioni sono parallele a quelle dei corsi di Geometria Algebrica

#### Programma (contenuti dell'insegnamento)

Il corso ha per oggetto lo studio delle proprietà delle funzioni analitiche di  $n$  variabili: tale studio si è sviluppato storicamente in ambito complesso per via della proprietà di oloedria di tali funzioni.

Pertanto il corso inizia con richiami della teoria delle funzioni oloedre (Condizioni Cauchy-Riemann, Prolungamento analitico, Principio del massimo, Teorema di Hartogs, Teorema delle funzioni implicite etc.) e della topologia compatto-aperta sullo spazio delle funzioni oloedre.

Poi illustrerà le proprietà algebriche dell'algebra delle serie di potenze convergenti, tra cui il teorema di divisione di Weierstrass e il teorema di preparazione di Weierstrass. Dopo alcuni richiami sugli anelli noetheriani e anelli a fattorizzazione unica si proverà la Noetherianità dell'anello delle serie, e il Nullstellensatz per l'anello dei germi di funzioni oloedre.

In questo ambito una nozione di centrale importanza è che ha influenzato moltissimo il contesto geometrico nel secolo scorso permettendo, tra l'altro, di estendere lo studio delle funzioni oloedre anche su spazi non necessariamente lisci (cioè localmente oloedri a aperti di  $\mathbb{C}^n$  ma con opportune singolarità) e quella di struttura di spazio analitico. Il corso potrebbe concludersi con l'esposizione di tale argomento e la descrizione locale degli spazi analitici come rivestimento di  $\mathbb{C}^n$  al di fuori di un opportuno sottospazio. (nozione di rivestimento ramificato).



## UNIVERSITÀ DI PISA

---

La descrizione globale degli spazi analitici, in particolare degli spazi di Stein, prevede oltre alla nozione di fascio, un poco di teoria di coomologia.

### Bibliografia e materiale didattico

Per i richiami e gli ampliamenti della teoria delle funzioni olomorfe si puo' consultare uno dei numerosi testi sull'argomento: in particolare il testo

H. Cartan The'orie e'le'mentaire des fonctions analytiques d'une ou' plusieurs variables complexes. Herman Paris 1961

\`e gi\`a noto agli studenti in quanto riferimento base per il corso di Geometria 2.

Per le altre parti del programma un buon riferimento \`e il testo

R.Gunning, H. Rossi Analytic functions of several complex variables Prentice-Hall 1965

Si possono trovare sulla mia pagina on line le note del corso redatte dallo studente Matteo Telluri

### Modalità d'esame

In alternativa all'esame (orale) si pu\`o fare, in accordo con lo studente, una forma di esame che preveda l'esposizione in un seminario della durata di circa una ora di un argomento strettamente correlato al programma.

*Ultimo aggiornamento 28/07/2023 13:18*