



# UNIVERSITÀ DI PISA

## MECCANICA DEI ROBOT

MARCO GABICCINI

Academic year

2023/24

Course

INGEGNERIA ROBOTICA E  
DELL'AUTOMAZIONE

Code

276II

Credits

6

Modules	Area	Type	Hours	Teacher(s)
MECCANICA DEI ROBOT	ING-IND/13	LEZIONI	60	MARCO GABICCINI

### Obiettivi di apprendimento

#### Conoscenze

Il corso si propone di fornire agli allievi le nozioni fondamentali e gli strumenti necessari per l'analisi, la verifica e la modellazione dettagliata di robot industriali (seriali e paralleli), robot mobili (su ruote o zampe) e veicoli, intesi nella loro più ampia accezione. I robot oggetto del corso sono in generale sistemi fisici controllati da un processore digitale, dotati di capacità sensoriali e di intervento sull'ambiente, con caratteristiche di elevata autonomia e di facile interazione con l'uomo. Al termine del corso, lo studente avrà:

- conoscenze avanzate inerenti la modellistica ed il controllo di robot seriali;
- conoscenze sulle tecniche e gli algoritmi di pianificazione del moto di robot;
- conoscenze sulle metodologie di modellazione, analisi e progetto di robot paralleli e mani artificiali

Il software in cui vengono svolte le sercitazioni al calcolatore è Wolfram Mathematica [<https://www.wolfram.com/>]. Alcune esercitazioni possono prevedere l'uso della suite CasADi [[casadi.sourceforge.net](http://casadi.sourceforge.net)] in ambiente Python.

#### Modalità di verifica delle conoscenze

La verifica delle conoscenze avviene attraverso un esame scritto ed un colloquio orale. Lo svolgimento di un progetto sulle tematiche del corso con il software Wolfram Mathematica è facoltativo e viene tenuto in considerazione nella composizione del voto definitivo dell'esame.

#### Capacità

Al termine dell'insegnamento lo studente saprà:

- Progettare sistemi di controllo per sistemi meccanici e veicoli in presenza di vincoli e di incertezze del modello
- Analizzare le caratteristiche e le proprietà strutturali della dinamica di sistemi meccanici e robotici avanzati
- Utilizzare software di simulazione per sistemi meccanici e robotici

#### Modalità di verifica delle capacità

Durante il corso le tecniche apprese di pianificazione e controllo verranno applicate su sistemi meccanici e veicoli simulati e/o fisici in attività di esercitazione e laboratoriale, sotto la supervisione dei docenti e dei collaboratori alla didattica

#### Comportamenti

Al termine del corso gli studenti avranno sviluppato l'attitudine a riconoscere nei problemi applicativi di diversa natura che possono essere loro proposti, le caratteristiche salienti dei sistemi robotici in una accezione ampia del termine, di riconoscere le tecniche più adeguate per studiarne il moto, utili per il controllo, e di applicare gli strumenti di progetto appresi.

#### Modalità di verifica dei comportamenti

Agli studenti verrà chiesto di proporre argomenti di approfondimento nei quali loro stessi dovranno scegliere i sistemi cui applicare le tecniche apprese. In questo modo, potranno dimostrare di saper estendere l'applicabilità dei metodi ad una classe più generale di problemi che potranno incontrare nella loro vita professionale.

#### Prerequisiti (conoscenze iniziali)



# UNIVERSITÀ DI PISA

- Corsi di meccanica di base;
- Conoscenza operativa di algebra lineare;
- Necessità di imparare l'utilizzo di software di analisi e simulazione (Mathematica)

## Indicazioni metodologiche

Le lezioni vengono svolte alla lavagna con l'eventuale uso di supporti multimediali per la visione di immagini e video.

Modalità di apprendimento:

- Partecipazione alle lezioni
- Partecipazione a seminari
- Partecipazione alle discussioni
- Studio individuale
- Lavoro di gruppo

Metodologia di insegnamento:

- Lezioni
- Seminari
- Tutorato

## Programma (contenuti dell'insegnamento)

1. Introduzione al corso: Passato, presente e prospettive della robotica. Il ruolo fondamentale della modellistica meccanica nello sviluppo di robot sempre più performanti ed efficienti. Uno sguardo d'insieme alle tipologie di robot oggetto del corso e delle tecniche di modellazione adottate.
2. Punti, vettori, sistemi di riferimento e rotazioni: Punti, vettori e loro coordinate e componenti in sistemi di riferimento ortonormali. Interpretazione della matrice di rotazione come cambiamento di coordinate e come applicazione lineare che ruota vettori espressi nel medesimo sistema di riferimento. Il gruppo SO(3) e sue proprietà. Matrici ortogonali che non appartengono ad SO(3): le riflessioni. Costruzione della matrice che opera una riflessione rispetto ad un piano. Composizione di rotazioni in assi fissi (assemblaggio matrici da dx a sx). Composizione di rotazioni in assi mobili (assemblaggio matrici da sx a dx). Equivalenza delle precedenti composizioni: la trasformazione per congruenza di un tensore del secondo ordine al variare del sistema di riferimento impiegato. Le 12 parametrizzazioni minime di una rotazione ottenute componendo matrici di rotazione elementari. Proprietà delle rotazioni elementari. Dettagli sulla parametrizzazione ZYX (yaw-pitch-roll) e sulla ZYZ. Realizzazione fisica della parametrizzazione ZYX mediante sospensione Cardanica equivalente. Formule di inversione e singolarità di rappresentazione per ZYX e ZYZ con descrizione del loro significato fisico (gimbal lock).
3. Roto-traslazioni: Trasformazioni di coordinate fra sistemi di riferimento roto-traslati. Perdita della linearità fra le componenti causata dalla presenza della traslazione fra le origini dei sistemi di riferimento. Recupero della linearità mediante introduzione delle coordinate omogenee per vettori posizioni e vettori generici. La matrice di trasformazione omogenea come rappresentazione di roto-traslazioni: il gruppo SE(3). Loro composizione per roto-traslazioni rigide successive mediante prodotto fra matrici. Applicazione al disco che rotola senza strisciamento.
4. Cinematica inversa dell'orientazione: Soluzione del problema inverso mediante invarianti lineari. Singolarità. Parametrizzazione non minima mediante quaternioni unitari. Algebra dei quaternioni per composizione di rotazioni e rotazioni di punti. Vantaggi computazionali dell'uso dei quaternioni rispetto alle matrici di rotazione. Interpolazione fra pose con quaternioni unitari mediante SLERP sulla iper-sfera unitaria in  $R^4$ . La matrice di trasformazione omogenea come rappresentazione di roto-traslazioni: il gruppo SE(3). Composizione di roto-traslazioni rigide successive mediante prodotto fra matrici omogenee di SE(3). Interpretazione della composizione in assi fissi e mobili. Trasformazione per similitudine di una trasformazione omogenea al variare del sistema di riferimento ortogonale. Interpretazione della composizione in assi fissi e mobili con un esempio.
5. Parametrizzazione di un manipolatore seriale: Dalla struttura cinematica di un robot seriale alla rappresentazione della sua cinematica diretta. La convenzione di Denavit-Hartenberg (D-H) per la parametrizzazione di catene cinematiche seriali. Condizione necessaria e sufficiente sulla scelta di due sistemi di riferimento successivi perché la trasformazione relativa possa essere rappresentata mediante matrice template di D-H. Applicazione alla parametrizzazione di: RR planare. Esercitazione su Denavit-Hartenberg. Applicazione al: manipolatore RPP (differenti scelte per le terne), polso sferico (differenti configurazioni di riferimento per il polso). Analogia della matrice di rotazione per polso sferico in parametrizzazione di D-H alla Rxyz in assi correnti quando configurazione iniziale del polso è distesa. Necessità di una matrice di offset nel caso configurazione iniziale del polso sia ripiegata.
6. Formalizzazione dei problemi cinematico diretto ed inverso per un manipolatore seriale. Approccio numerico alla soluzione del problema cinematico inverso riconducendolo alla soluzione di un sistema di eq.ni algebriche non lineari. Risultati del Teorema di Dini. Cenni al metodo di Newton-Raphson in più dimensioni. Approccio analitico (alla Pieper) del problema cinematico inverso per manipolatore seriale con polso sferico. Disaccoppiamento del problema di posizionamento del centro del polso e della orientazione della terna end-effector. Esempio di applicazione al manipolatore antropomorfo con polso sferico.
7. Cinematica differenziale: Richiami su atto di moto 3D di un corpo rigido. Sua rappresentazione mediante twist. Leggi di cambiamento del twist rappresentativo del medesimo atto di moto di un corpo rigido al variare del polo e del sistema di riferimento in cui se ne esprimono le componenti. La trasformazione Ad\_g (aggiunta) di una trasformazione omogenea g. Il Jacobiano geometrico per un RRR 3D e suo calcolo dalla sovrapposizione degli effetti dei twist dei giunti (teo. di composizione di moti relativi). Forma minima di un twist rispetto a punti sull'ISA.
8. Richiami di statica del corpo rigido. Rappresentazione mediante wrench. Leggi di variazione di wrench equipollenti al variare del



# UNIVERSITÀ DI PISA

polo e del sistema di riferimento in cui se ne esprimono le componenti. Forma minima del wrench rispetto all'Asse Centrale.

Caratterizzazione statica del Jacobiano geometrico. Dualità cineto-statica. Prodotto di reciprocità, potenza, movibilità.

9. Analisi del Jacobiano: I quattro sottospazi fondamentali di una matrice con particolare riferimento al Jacobiano geometrico. Mutua ortogonalità fra  $N(J)$  e  $\text{Range}(J^T)$  e fra  $N(J^T)$  e  $\text{Range}(J)$ . 'Visualizzazione' dell'ortogonalità fra  $N(J^T)$  e  $\text{Range}(J)$  nel caso di RR planare in configurazione singolare (braccio disteso o ripiegato) e sue implicazioni pratiche (wrench strutturali in singolarità). Jacobiano geometrico e Jacobiano analitico: analogie e differenze. La non integrabilità della velocità angolare. I due approcci al calcolo della relazione fra la velocità angolare e le derivate temporali degli angoli della parametrizzazione di  $SO(3)$  scelta.
10. Cinematica differenziale inversa: Algoritmi Closed-Loop Inverse Kinematics (CLIK) per l'inversione della cinematica differenziale di catene cinematiche seriali non ridondanti mediante Jacobiano analitico. Soluzione della eq.ne differenziale risultante mediante discretizzazione numerica ed aspetti critici.
11. Parametrizzazioni mediante gruppi di Lie: Parametrizzazione di catene cinematiche mediante tecniche basate sui gruppi di Lie: global POE e local POE. La mappa esponenziale che collega elementi dell'algebra di Lie (atti di moto) ad elementi del gruppo (trasformazioni finite). Analisi del formato URDF per la parametrizzazione di robot in ROS ed analogie con la parametrizzazione local POE. Esempio di applicazione alla parametrizzazione in URDF del robot UR5.
12. Dinamica (Newton): Breve richiamo di elementi di dinamica del corpo rigido. Le eq.ni cardinali della dinamica del corpo rigido, dette anche eq.ni di Newton-Eulero. Le varie forme della seconda cardinale rispetto ad un polo generico e sul significato del momento inerziale. Specializzazione delle eq.ni di Newton-Eulero rispetto al centro di massa. Algoritmo ricorsivo di Newton-Eulero (RNAE) per un manipolatore seriale parametrizzato mediante convenzione di Denavit-Hartenberg e con gruppi di Lie (local POE). Esercitazione: Applicazione dell'algoritmo RNAE alla dinamica del 'pendolo di Furuta'. Descrizione del caso specifico e illustrazione del codice in Mathematica che impiega il package iDynTree.
13. Dinamica Lagrangiana e Vincolata: Dalle eq.ni di Lagrange classiche alla forma standard usata in Robotica per manipolatori seriali parametrizzati mediante angoli ai giunti (vettore di configurazione a componenti indipendenti). Dettagli sul calcolo della matrice di inerzia generalizzata e sulla matrice di Coriolis ottenuta mediante i simboli di Christoffel del 1° tipo. Proprietà di anti-simmetria della matrice  $d\mathbf{B}/dt - 2C$ . Dal PLVD alle eq.ni di Lagrange con moltiplicatori di Lagrange per sistemi parametrizzati mediante vettore configurazione con componenti dipendenti (configurazione ridondante). Esempio: pendolo parametrizzato mediante le coordinate del suo centro di massa. Tipologie di vincolo: vincoli geometrici/differenziali scleronomi/reonomi. Esempio di applicazione a manipolatori paralleli con vincoli di forma Pfaffiana fra le velocità ai giunti delle gambe ed il twist del coupler. Metodi di soluzione delle eq.ni di Lagrange per sistemi vincolati DAE (Differential Algebraic Equations) risultanti. La formulazione aumentata, il metodo delle quasi-velocità e la tecnica di embedding. Caratteristiche e struttura delle eq.ni risultanti per i differenti approcci. Svolgimento di esercizio di dinamica vincolata: l'upright rolling penny. Manipolatori paralleli. Generalità ed esempi: paralleli classici, manipolatori seriali cooperanti, mani per robot, robot su gambe. Configurazione, configurazione minima. Problema cinematico diretto e problema cinematico inverso. Singolarità e biforcati. Cinematica differenziale e statica di manipolatori paralleli: Jacobiano  $J$  delle gambe, matrice di grasp  $G$ , matrice di definizione dei vincoli  $H$  fra gambe e coupler nei giunti di collegamento, la forma Pfaffiana delle eq.ni di vincolo fra le velocità ai giunti ed il twist del coupler. Analisi 'strutturale' della soluzione della cinematica differenziale mediante analisi della struttura a blocchi dello spazio nullo della matrice di vincolo. Discussione della esistenza ed unicità della soluzione dell'equilibrio fra wrench esterno, coppie ai giunti delle gambe e forze vincolari fra gambe e coupler, in considerazione anche della presenza di giunti non attuati alle gambe. Esempio con un parallelo planare. Esercitazione in Mathematica sui manipolatori paralleli: analisi del manipolatore Tricept. Presentazione del meccanismo, analisi cinematica diretta ed inversa. Controllo a cinematica inversa per la realizzazione di una operazione di fresatura su un pezzo in moto su nastro trasportatore. Analisi dinamica mediante equazioni di Newton-Eulero. Discussione dei punti salienti del tema d'esame dell'01.02.19: analisi di un gripper in presa su un oggetto circolare mediante polpastrelli circolari. Costruzione  $J$ ,  $G$  e  $H$  e  $J_h$  e  $G_h$ . Peculiarità legate alla struttura biforcata del gripper. Analisi delle proprietà strutturali (forze interne, forze strutturali, forze strutturali interne, moti ridondanti gripper, moti labili oggetto, moti coordinati). Discussione punti salienti del tema d'esame del 16.11.2020: manipolatore ibrido 'five bar'. Discussione particolarità disaccoppiamento eq.ni del moto per condizioni particolari su lunghezze ed inerzie (annullamento 'shaking moments').

## Bibliografia e materiale didattico

Dispense del docente.

B. Siciliano - Robotica, 3a edizione, Mc-Graw-Hill

K. M. Lynch & F. C. Park - Modern Robotics, 1a edizione, Cambridge University Press

R. Murray, Z. Li & S. Sastry - A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation, CRC Press

## Indicazioni per non frequentanti

Nessuna differenza di programma o di valutazione

## Modalità d'esame

L'esame consiste in una prova scritta e, in caso di esito positivo, di un breve orale sugli argomenti del corso. Lo scritto è articolato in uno o più esercizi da svolgere autonomamente, con l'uso del materiale del corso (4 facciate di un foglio protocollo); l'orale consiste in una o due domande cui rispondere oralmente interagendo con la commissione.

Il candidato può anche decidere di svolgere un 'progettino' (facoltativo) di approfondimento che viene illustrato alla commissione dopo che lo scritto è risultato positivo e può contribuire a migliorare la valutazione dello studente.

## Altri riferimenti web

Nessuna



# UNIVERSITÀ DI PISA

---

*Ultimo aggiornamento 23/10/2023 16:42*