



# UNIVERSITÀ DI PISA

---

## MATEMATICA

### FRANCESCA AGNESE PRINARI

Anno accademico	2023/24
CdS	SCIENZE AGRARIE
Codice	707AA
CFU	9

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
MATEMATICA	MAT/05	LEZIONI	84	FRANCESCA AGNESE PRINARI

#### Obiettivi di apprendimento

##### *Conoscenze*

Lo studente potrà acquisire i primi elementi di logica e di operazione tra insiemi, assieme al concetto di funzione; quindi potrà apprendere gli aspetti teorici ma soprattutto pratici relativi al calcolo dei limiti di una funzione in una variabile (con particolare riferimento ai polinomi, alle funzioni razionali fratte, a quelle contenenti radici o termini di tipo esponenziale o logaritmico), al calcolo differenziale e all'integrazione per arrivare a risolvere le equazioni differenziali lineari del primo ordine e quelle a variabili separabili. Inoltre potrà acquisire i primi strumenti di statistica descrittiva.

##### *Modalità di verifica delle conoscenze*

- Per l'accertamento delle conoscenze saranno svolte delle prove in itinere utilizzando test e/o domande a risposta aperta.

##### *Capacità*

Alla fine del corso lo studente sarà in grado di calcolare limiti e derivate di funzioni in modo da poter tracciare il grafico di una funzione; calcolare integrali di funzioni tramite, ad esempio, il metodo di integrazione per parti o il cambiamento di variabili; risolvere equazioni differenziali lineari del primo ordine, risolvere sistemi di equazioni in 3 incognite attraverso il metodo di Gauss e di Cramer, calcolare frequenze, media, mediana, moda e varianza di una variabile statistica discreta.

##### *Modalità di verifica delle capacità*

Le capacità acquisite dallo studente potranno essere accertate sia durante le esercitazioni in aula, sia nella correzione degli esercizi proposti durante il tutorato (e le cui risoluzioni gli studenti potranno inserire nella Classroom <https://classroom.google.com/c/NTg5NjczODcxNDI4?cjc=ytbwzby> che nella valutazione delle prove scritte d'esame.

##### *Comportamenti*

Lo studente potrà acquisire un metodo logico e operativo in relazione a problemi che si possano modellizzare tramite funzioni reali di una variabile reale. Tale metodo potrà applicarsi sia da un punto di vista teorico che applicativo.

##### *Modalità di verifica dei comportamenti*

La verifica della comprensione degli strumenti matematici presentati nel corso avverrà principalmente attraverso la valutazione degli esercizi assegnati per casa durante il tutorato (e inviati tramite piattaforma) e delle prove scritte d'esame.

##### *Prerequisiti (conoscenze iniziali)*

Le conoscenze richieste allo studente consistono nell'algebra elementare, specialmente in riferimento alla risoluzione di equazioni e di disequazioni di secondo grado. È inoltre richiesta la conoscenza dei primi elementi di geometria analitica.

##### *Indicazioni metodologiche*

Le lezioni saranno tenute in presenza (o per via telematica) a seconda delle delibere degli organi competenti dell'Ateneo di Pisa. Il corso prevede 84 ore di lezione, con la presentazione degli aspetti teorici accompagnati da applicazioni e lo svolgimento di molti esercizi per tutti gli argomenti del corso.

Le lezioni si svolgono alla lavagna/mediante condivisione Ipad.



## UNIVERSITÀ DI PISA

---

Nella classroom del corso sarà possibile per lo studente inserire, in itinere, gli esercizi di ricapitolazione su ciascun argomento assegnati dal docente in preparazione all'esame. Le risoluzioni proposte dallo studente saranno corrette dal docente con l'aiuto del tutor in modo che lo studente possa, durante il corso, ricevere indicazioni e chiarimenti sugli argomenti studiati.

### Programma (contenuti dell'insegnamento)

#### Prima parte

1. **Elementi di logica e linguaggio matematico:** negazione, congiunzione, disgiunzione, implicazione, condizione necessaria e sufficiente. Concetto di insieme: appartenenza, sottoinsiemi ed uguaglianza, unione, intersezione e differenza
2. **Insieme dei numeri reali.** Numeri naturali, interi, razionali, reali e loro proprietà fondamentali. Intervalli (aperti, chiusi, limitati e illimitati)
3. **Concetto di funzione.** Dominio di una funzione e insieme immagine. Funzioni iniettive, surgettive, biettive, invertibili.
4. **Funzioni di variabile di variabile reale.** Grafico di una funzione. Leggere il grafico di una funzione. Grafico della retta. Funzione potenza con esponente naturale e grafico. Funzioni pari, dispari, monotone, lineari, periodiche. Funzioni limitate.
5. **Polinomi e funzioni razionali fratte.** Potenze con esponente naturale e con esponente intero. Proprietà algebriche delle potenze. Polinomi e zeri di un polinomio. Divisione tra polinomi. Teorema fondamentale dell'algebra. Funzioni razionali fratte. Equazioni e disequazioni di primo grado.
6. **Insiemi limitati (in  $\mathbb{R}$ ).** Insiemi limitati inferiormente, insiemi limitati superiormente, insiemi limitati. Maggioranti e minoranti. Estremo inferiore e superiore. Massimo e minimo di un insieme. Assioma di completezza dei numeri reali. Funzioni limitate. Estremo superiore, estremo inferiore, massimi e minimi relativo e assoluti
7. **Potenze, radici  $n$ -me e funzione valore assoluto.** Le potenze con esponente razionale. La funzione radice  $n$ -ma. Equazioni e disequazioni di secondo grado. Grafico della retta e della parabola. Disuguaglianze tra potenze. Equazioni e disequazioni con radici. Funzione valore assoluto. Equazioni e disequazioni con un valore assoluto.
8. **Funzioni trigonometriche, esponenziali e logaritmi.** Funzioni periodiche. Principali funzioni trigonometriche. Definizione degli esponenziali: proprietà fondamentali. Definizione di logaritmo: proprietà dei logaritmi, formula del cambio di base. Equazioni e disequazioni esponenziali e logaritmiche. Studio del dominio di una funzione e segno.
9. **Principio di induzione e successioni.** Principio di induzione. Binomio di Newton. Successioni. Successioni monotone e successioni limitate. Sottosuccessioni.

#### Secondo parte: strumenti per lo studio di funzione

1. **Principio di induzione, successioni.** Principio di induzione. Binomio di Newton. Successioni. Successioni monotone e successioni limitate. Sottosuccessioni.
2. **Limiti di successioni** Definizione di limite. Il numero di Nepero. Teoremi di unicità del limite, di permanenza del segno, del confronto, dei carabinieri, del limite della somma, del prodotto, del quoziente. Forme indeterminate. Successioni monotone: esistenza del limite.
3. **Limiti di funzioni.** Definizione di limite di una funzione. Teoremi sui limiti di funzione analoghi a quelli per le successioni. Limiti notevoli di funzioni. Concetto di ordine di infinitesimo e di ordine di infinito. Confronto tra infiniti e infinitesimi. Asintoti di una funzioni
4. **Proprietà delle funzioni continue.** Funzioni continue. Continuità delle funzioni elementari. Teoremi di esistenza degli zeri, di Weierstrass e dei valori intermedi. Immagine di una funzione continua su un intervallo
5. **Calcolo differenziale in una variabile.** Derivata di una funzione. Derivata della somma, del prodotto, del quoziente, della composizione. Calcolo della derivata di funzioni elementari. Legami tra continuità e derivabilità. Derivata della funzione inversa e suo calcolo per funzioni elementari. Teorema di de l'Hôpital. Teoremi di Rolle e di Lagrange. Massimi e minimi. Relazione tra il segno della derivata e la monotonia. Convessità di una funzione, punti di flessi e studio della derivata seconda. Informazioni deducibili dal grafico della derivata di una funzione.
6. **Studio di funzione.** Studio del grafico di una funzione. Eventuali simmetrie in base alle proprietà della funzione, quali parità, disparità.

#### Terza parte: Integrazione ed equazioni differenziali del primo ordine.

- Calcolo integrale in una variabile. Integrale di Riemann per funzioni limitate su intervalli limitati. Significato geometrico. Integrabilità delle funzioni monotone e delle funzioni continue. Proprietà dell'integrale. Funzione integrale. Teorema della media integrale. Teorema fondamentale del calcolo integrale. Primitive di una funzione continua e loro utilizzo per il calcolo di integrali definiti. Primitive delle funzioni elementari. Formula di integrazione per parti e per sostituzione. Integrazione delle funzioni razionali. Integrali impropri (cenni).
- Equazioni differenziali ordinarie. Generalità sulle equazioni differenziali. Integrale generale. Equazioni differenziali del primo ordine di tipo lineare e a variabili separabili. Il problema di Cauchy.

#### Quarta parte. Ulteriori strumenti

- Cenni di statistica descrittiva. Indagine statistica: tipo di variabile di interesse, popolazione, campione, variabile statistica. Frequenze assolute e relative. Rappresentazione dei dati. Indici di centralità (media, mediana, moda), indici di dispersione (varianza, deviazione standard).
- Sistemi lineari. Metodo di eliminazione di Gauss. Determinanti di matrici quadrate e regola di Cramer.



## UNIVERSITÀ DI PISA

---

### Bibliografia e materiale didattico

#### Testi consigliati

P. Marcellini – C. Sbordone: ELEMENTI DI CALCOLO – Liguori Editore – 2004  
M. Abate: MATEMATICA E STATISTICA 4a ed. Le basi per le scienze della vita  
M. Gobbino-M. Ghisi: Schede di analisi matematica- Editore: Esculapio

#### Per esercitarsi:

M. Gobbino-M. Ghisi: Esercizi per precorsi di matematica- Editore: Esculapio  
P. Marcellini – C. Sbordone: ESERCITAZIONI DI MATEMATICA – Vol. I parte 1, Liguori Editore – 2013  
P. Marcellini – C. Sbordone: ESERCITAZIONI DI MATEMATICA – Vol. I parte 2, Liguori Editore – 2014, 2017

Lo studente può inoltre trovare le dispense della docente, le slides delle lezioni, gli appunti delle lezioni, esercizi proposti e le tracce finora assegnate all'interno della classroom dell'anno di corso.

### Modalità d'esame

- Si partecipa alla prova scritta di Matematica **previa superamento di un Compitino di Matematica zero e previa iscrizione (obbligatoria) all'appello d'esame**. Il compitino di Matematica zero ha lo scopo di dimostrare il recupero o il consolidamento dei prerequisiti richiesti. Il test di Matematica zero è superato con il punteggio di 7 su 10. **Il voto del compitino di Matematica zero** (se almeno 8/10) **incrementa di un punto il voto** del compito totale (o il voto medio dei due esami parziali) se quest'ultimo risulta almeno 17 (e questo bonus vale un anno dal superamento del compitino);
- Qualora il compitino di matematica zero sia lo stesso giorno del primo parziale, lo studente può partecipare lo stesso giorno prima al compitino di Matematica zero e poi al parziale o al totale. In tal caso, il parziale o il totale verrà corretto solo se il compitino di Matematica zero risulta sufficiente.
- La cosiddetta **prova scritta Totale** è mirata a valutare la capacità dello studente di risolvere problemi ed esercizi: più specificatamente è richiesto uno studio di funzione, la risoluzione di un integrale con applicazione allo studio di un'equazione differenziale del primo ordine, un esercizio di statistica descrittiva, un sistema lineare di 3 equazioni in 3 incognite. **Lo scritto è superato se il punteggio totale è di almeno 18/31** e se su ciascuna delle due parti di cui esso consta (prima parte: studio di funzione; seconda parte: integrali applicati allo studio di equazioni differenziali lineari del primo ordine, sistema lineare e statistica), ciascuna del punteggio di 15,5 su 31, lo studente riporta il voto parziale di almeno 8. L'esame orale si svolge a scelta dello studente (solo nel caso in cui il voto dello scritto è almeno 18) oppure su richiesta del docente qualora fosse necessario verificare aspetti della risoluzione del compito non adeguatamente giustificati. Esso prevede la discussione del compito scritto, la risoluzione di ulteriori esercizi e la conoscenza delle definizioni, formule, proprietà ed enunciati dei principali teoremi svolti (senza dimostrazioni).

**In alternativa** al superamento della prova scritta totale, si richiede il **superamento di due parziali (con una media aritmetica di almeno 18/31** tra i voti dei due parziali e almeno 16/31 su ciascuna parte).

**OFA:** Gli OFA risultano assolti tramite il superamento del Compitino di Matematica zero con un punteggio di almeno 7/10.

#### Distribuzione appelli:

- Lo studente ha a disposizione **7 appelli per il compitino di Matematica zero** (novembre, gennaio, febbraio, aprile, maggio, giugno, settembre), della durata di 40 minuti.
- **Per ogni esame parziale, lo studente ha a disposizione 2 appelli:** a gennaio e febbraio lo studente ha disposizione due appelli per il primo parziale; tra maggio e giugno lo studente ha disposizione due appelli per il secondo parziale.
- **Sono previsti due scritti totali riservati agli studenti lavoratori** (uno ad aprile ed uno a novembre)
- Tenuto conto della possibilità di superare l'esame anche tramite superamento di due parziali, **gli esami totali previsti sono 6**, distribuiti tra tutte le sessioni d'esame: tre al termine del corso (nel periodo maggio-luglio 2024), uno a settembre 2024, due nella sessione invernale (gennaio-febbraio 2025)

Più precisamente:

- **Novembre 2023:** Compitino di Matematica zero ed Esame scritto totale per gli studenti lavoratori;
- **Gennaio 2024:** Compitino di Matematica zero. A seguire, nello stesso giorno, prima prova del Primo Parziale e, in contemporanea, esame scritto totale per gli studenti degli anni precedenti;
- **Febbraio 2024:** Compitino di Matematica zero. A seguire, nello stesso giorno, seconda prova del Primo Parziale e, in contemporanea, esame scritto totale per gli studenti degli anni precedenti;
- **Aprile 2024:** Compitino di Matematica zero; Esame scritto totale per gli studenti lavoratori;
- **Maggio 2024:** nello stesso giorno, Compitino di Matematica zero e seguire prima prova del Secondo Parziale, in contemporanea, Esame scritto totale.
- **Giugno 2024:** nello stesso giorno, Compitino di Matematica zero e a seguire, in contemporanea, Secondo Parziale ed Esame Totale;
- **Luglio 2024:** Esame scritto Totale.



## UNIVERSITÀ DI PISA

---

- **Settembre 2024:** Compitino di matematica zero e a seguire Esame scritto totale.

Lo studente che risulta sufficiente al primo Parziale ma che non supera nessuna delle 2 prove relative al Secondo Parziale, deve sostenere l'esame totale (o l'anno successivo riprovare i parziali).

Si partecipa ad uno degli appelli sopra indicati previa iscrizione (obbligatoria) all'appello tramite la piattaforma <https://esami.unipi.it/>

**Bonus Tutorato.** La frequenza degli incontri di tutorato previsti (documentata dall'inserimento su piattaforma dello svolgimento di almeno il 70% degli esercizi assegnati durante tutto il percorso di tutorato) consente il riconoscimento di un ulteriore punto agli studenti che completano l'esame entro settembre 2024.

**Voto finale.** A coloro il cui voto dello scritto (o la media dei due parziali) è almeno 17, verranno riconosciuti in sede di registrazione dell'esame gli eventuali punti Bonus Matematica zero e bonus tutorato.

Durante la prova scritta non è consentito consultare testi, utilizzare PC, tablet, smartphone, apple watches, calcolatrici.

### Altri riferimenti web

**Classroom:** il materiale del corso viene caricato nella classroom 2023-24 <https://classroom.google.com/c/NTg5NjczODcxNDI4?cjc=ytbwzby>

Il **gruppo Teams 2023-24** per eventuali comunicazione e per i ricevimenti online è

è <https://teams.microsoft.com/l/team/19%3atgQsDzCikl0d086pDexDBE-iOfTnjCSqOO9ogHixvPs1%40thread.tacv2/conversations?groupId=956d91b4-25c2-4816-94f6-779fb9bc726d&tenantId=c7456b31-a220-47f5-be52-473828670aa1>

*Ultimo aggiornamento 09/10/2023 06:56*