



# UNIVERSITÀ DI PISA

---

## GEOMETRIA E ALGEBRA LINEARE

**ANDREA MAFFEI**

Anno accademico 2023/24  
CdS INGEGNERIA MECCANICA  
Codice 192AA  
CFU 12

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
ALGEBRA LINEARE	MAT/03	LEZIONI	60	ANDREA MAFFEI
GEOMETRIA	MAT/03	LEZIONI	60	BRUNO MARTELLI

### Obiettivi di apprendimento

#### *Conoscenze*

Acquisizione dei concetti di base dell'algebra lineare: spazi vettoriali, basi, dimensione, applicazioni lineari e matrici, diagonalizzazione, applicazioni bilineari, basi ortogonali, segnatura di un prodotto scalare, teorema spettrale, coniche proiettive e affini.

#### *Modalità di verifica delle conoscenze*

Esame scritto e orale.

#### *Capacità*

Risoluzione di esercizi.

#### *Modalità di verifica delle capacità*

Esame scritto e orale

#### *Comportamenti*

Applicazione di alcuni concetti teorici alla risoluzione di problemi ed esercizi.

#### *Modalità di verifica dei comportamenti*

Esame scritto e orale.

#### *Prerequisiti (conoscenze iniziali)*

- numeri interi, razionali e reali,
- geometria euclidea del piano,
- trigonometria piana,
- polinomi: definizione, divisione, radici
- linguaggio della teoria elementare degli insiemi,
- familiarità con il concetto di dimostrazione.

#### *Indicazioni metodologiche*

Le lezioni in classe sono sia teoriche che di esercitazione.

#### *Programma (contenuti dell'insegnamento)*

Elementi di algebra. Polinomi. Numeri complessi.

Spazi vettoriali. Definizione ed esempi. Gli spazi  $R^n$  e  $C^n$ . Dipendenza lineare, generatori e basi. Coordinate. Dimensione. Sottospazi vettoriali. Somma, intersezione, formula di Grassmann, somma diretta.

Applicazioni lineari e matrici. Definizioni ed esempi. Nucleo e immagine. Algebra delle matrici. Applicazione lineare associata ad una matrice. Matrice associata ad una applicazione lineare. Cambio di base.

Determinante. Determinante delle matrici quadrate e significato geometrico. Proprietà caratterizzanti. Sviluppo di Laplace. Teorema di Binet e matrice inversa. Rango.



## UNIVERSITÀ DI PISA

---

Sistemi lineari e sottospazi affini. Metodo di Gauss. Sistemi omogenei. Teorema di Rouché-Capelli. Regola di Cramer. Equazioni parametriche e cartesiane di un sottospazio affine. Rette e piani nello spazio.

Autovalori ed autovettori. Sottospazi invarianti, autovalori, autovettori ed autospazi. Polinomio caratteristico. Esistenza di basi di autovettori e diagonalizzabilità.

Spazi euclidei. Forme bilineari. Prodotti scalari. Segnatura. Norma, ortogonalità. Basi ortonormali. Procedimento di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt. Prodotto scalare canonico in  $\mathbb{R}^n$ . Disuguaglianza di Bessel. Isometrie. Matrici ortogonali. Trasformazioni autoaggiunte. Teorema spettrale.

Geometria del piano e dello spazio. Trasformazioni del piano e dello spazio. Isometrie affini, rotazioni, traslazioni, riflessioni. Prodotto vettoriale. Coniche e quadriche. Definizione e classificazione.

### Bibliografia e materiale didattico

"Geometria e algebra lineare" di Bruno Martelli  
Supporti aggiuntivi dalla pagina web del corso

### Indicazioni per non frequentanti

Oltre al libro e ai supporti aggiuntivi i non frequentanti possono fare riferimento al registro delle lezioni, e agli esercizi assegnati durante l'anno.

### Modalità d'esame

Esame scritto e orale.

### Note

Nessuna.

*Ultimo aggiornamento 06/10/2023 21:19*