



# UNIVERSITÀ DI PISA

---

## ALGEBRA LINEARE E ANALISI MATEMATICA II

**GREGORY JAMES PEARLSTEIN**

Anno accademico 2023/24  
CdS INGEGNERIA INFORMATICA  
Codice 591AA  
CFU 12

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
ALGEBRA LINEARE	MAT/03	LEZIONI	60	GREGORY JAMES PEARLSTEIN
ANALISI MATEMATICA II	MAT/05	LEZIONI	60	EVGENY STEPANOV

### Obiettivi di apprendimento

#### Conoscenze

Lo studente che completa con successo il corso avrà una conoscenza pratica dei principali strumenti dell'algebra lineare (sistemi lineari, matrici, autovalori, geometria analitica) e del calcolo differenziale e integrale per funzioni di più variabili reali (problemi max/min, integrali in 2d e 3d, integrali su curve e superfici).

#### MODULO DI ALGEBRA LINEARE:

Aree di base: Sistemi lineari. Spazi euclidei reali e complessi  
Aree caratterizzanti:  
Teoria degli spazi vettoriali, dell'indipendenza e della dimensione  
Teoria spettrale elementare  
Aree affini: La geometria analitica e i vettori

#### MODULO DI ANALISI MATEMATICA II:

Aree di base: Continuità, limiti, derivate e integrali per funzioni fra spazi euclidei  
Aree caratterizzanti:  
Differenziabilità  
Estremi locali liberi e vincolati  
Integrabilità e potenziali di campi e forme  
Curve regolari, rettificabilità, lunghezza e integrali curvilinei  
Superficie regolari, vettore normale, area e integrali superficiali  
Aree affini: Problemi geometrici e fisici alla base della teoria

#### Modalità di verifica delle conoscenze

Modalità di verifica delle conoscenze  
Nella prova scritta, lo studente deve dimostrare di saper affrontare e risolvere problemi standard che richiedono gli strumenti presentati nel corso. Le soluzioni sono presentate in forma scritta. Verrà valutata la correttezza e la chiarezza delle soluzioni. Durante la prova orale verrà valutata la capacità dello studente di esporre correttamente i principali argomenti trattati durante il corso alla commissione.

#### Capacità

##### MODULO DI ALGEBRA LINEARE:

risolvere sistemi lineari generali, con applicazioni ai problemi dell'algebra lineare negli spazi euclidei  
eseguire operazioni con vettori euclidei e matrici, sia attraverso le componenti scalari, sia in forma compatta; familiarità con le notazioni vettoriali e matriciali;  
utilizzare lo spazio vettoriale euclideo come modello di sistemi complessi e, in particolare, come ambiente alternativo alla geometria analitica classica per la risoluzione di problemi geometrici e meccanici;

##### MODULO DI ANALISI MATEMATICA II:

uso delle funzioni fra spazi euclidei come modelli di curve e superficie; sistemi di coordinate differenti;  
calcolo di derivate (velocità, gradiente, jacobiana) e differenziali per tutte le funzioni fra spazi euclidei di ogni dimensione;  
determinazione di massimi e minimi liberi e vincolati;  
applicazione dei teoremi della funzione implicita alla risolubilità locale di un insieme di equazioni  
Stabilire l'integrabilità di un campo vettoriale (o di una forma differenziale) e calcolarne tutte le primitive;



## UNIVERSITÀ DI PISA

calcolo di lunghezza ed integrali curvilinei di funzioni su curve parametriche;  
calcolo di integrali multipli;  
calcolo del piano tangente e del vettore normale ad una superficie parametrica regolare; calcolo di area e integrali superficiali di una funzione su una superficie.

### Modalità di verifica delle capacità

Le due prove scritte, relative ai due moduli, hanno come obiettivo la verifica del livello raggiunto nelle capacità richieste per superare l'esame.

### Comportamenti

COMUNI AI DUE MODULI:

Acquisire familiarità con i concetti e le notazioni dell'algebra e dell'analisi, tanto come modelli quanto come strumenti di calcolo

### Modalità di verifica dei comportamenti

Le prove d'esame (scritte ed orali) di entrambi i moduli forniscono una valutazione diretta del grado di familiarità acquisito.

### Prerequisiti (conoscenze iniziali)

Per il modulo di Algebra: trigonometria elementare; geometria analitica elementare (equazione della retta e delle coniche in forma canonica); generalità sull'uso dei vettori geometrici;

Per il modulo di Analisi Matematica II: Analisi Matematica I (limiti, continuità, derivate, integrali per funzioni di una variabile) e Algebra Lineare (spazio euclideo  $\mathbb{R}^n$ , prodotto scalare e norma, matrici, applicazioni lineari fra spazi euclidei, teoria spettrale elementare, forme quadratiche).

### Programma (contenuti dell'insegnamento)

Modulo di Algebra Lineare:

I sistemi lineari: teoria e risoluzione: algoritmi di Gauss, di Gauss-Jordan.

Gli spazi euclidei reali e complessi: operazioni su vettori, norma e prodotto scalare (o hermitiano), sottospazi; proiezione.

L'algebra delle matrici: tipo, operazioni, matrici speciali. Struttura generale delle applicazioni lineari fra spazi euclidei.

Indipendenza, basi, dimensione. Teorema di Grassmann sui sottospazi.

Applicazioni lineari: proprietà generali. Nucleo, immagine e loro dimensioni.

Determinanti e loro proprietà.

Teoria spettrale: diagonalizzabilità, autovalori, autovettori e autospazi. Criteri di diagonalizzabilità.

Teoria spettrale per matrici autoaggiunte.

Classificazione delle forme quadratiche e studio del loro segno.

MODULO DI ANALISI MATEMATICA II:

successioni e funzioni in spazi euclidei: convergenza, continuità, e limiti; principali risultati; il teorema di esistenza degli zeri e la connessione (per archi);

calcolo differenziale in più variabili: derivate direzionali, condizione per gli estremi interni, differenziabilità, rappresentazione del differenziale e matrice jacobiana, vettori, rette e piani tangenti a curve, superficie e a grafici di funzioni.

Teorema della funzione implicita per funzioni e sistemi: teorema di inversione locale.

Campi di vettori e forme differenziali: condizioni di integrabilità e calcolo delle primitive.

Rettificabilità, lunghezza e integrale curvilineo di una funzione su una curva parametrica.

Integrali multipli: formule di riduzione (teoremi di Fubini e Tonelli), cambio di variabili ed integrazione per parti (formula di Gauss-Green-Ostrogradskij).

Superficie parametriche regolari, area e integrali superficiali.

### Bibliografia e materiale didattico

Per l'algebra lineare, l'istruttore prevede di fornire una serie di note scritte per il corso. Altri riferimenti sono:

- Geometria e algebra lineare di Bruno Martelli, disponibile online
- Algebra lineare. Per tutti di Lorenzo Robbiano
- Schuam's Outlines, Linear Algebra (6ª edizione) di Seymour Lipschutz e Marc Lipson. Questo libro (in inglese) contiene soluzioni dettagliate a centinaia di problemi.

Alcune importanti differenze tra questi libri e i miei appunti:

- I miei appunti e il libro di Martelli trattano gli spazi vettoriali prima dell'eliminazione di Guassiano, il che è opposto all'ordine del libro di Robbiano.
- Il libro di Martelli introduce il prodotto scalare molto più tardi rispetto ai miei appunti e al libro di Robbiano.

### Modalità d'esame

Il formato degli esami sarà simile a quello dell'anno precedente, con dettagli da annunciare.

I moduli di algebra lineare e analisi avranno esami separati (sia orali che scritti) che trattano solo l'argomento di quel modulo. Se uno studente



## UNIVERSITÀ DI PISA

---

superata gli esami sia di algebra lineare che di analisi II, il voto del corso sarà determinato da un processo di media.

Il formato degli esami di analisi II non è ancora definito.

Gli studenti aventi diritto a tempi supplementari o altre agevolazioni per gli esami devono registrarsi preventivamente presso la segreteria competente

Pagina web del corso

<https://classroom.google.com/c/NjlyNDAxODg3MDc0>

Altri riferimenti web

<https://classroom.google.com/c/NjlyNDAxODg3MDc0?cjc=jccv2ua>

Codice del Corso: jccv2ua

Note

<https://classroom.google.com/c/NjlyNDAxODg3MDc0?cjc=jccv2ua> Code for Google Classroom: jcc2ua

*Ultimo aggiornamento 23/09/2023 11:53*