



UNIVERSITÀ DI PISA

ALGEBRA LINEARE E ANALISI MATEMATICA II

GREGORY JAMES PEARLSTEIN

Anno accademico 2023/24
CdS INGEGNERIA INFORMATICA
Codice 591AA
CFU 12

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
ALGEBRA LINEARE	MAT/03	LEZIONI	60	GREGORY JAMES PEARLSTEIN
ANALISI MATEMATICA II	MAT/05	LEZIONI	60	EVGENY STEPANOV

Obiettivi di apprendimento

Conoscenze

Lo studente che completa con successo il corso avrà una conoscenza pratica dei principali strumenti dell'algebra lineare (sistemi lineari, matrici, autovalori, geometria analitica) e del calcolo differenziale e integrale per funzioni di più variabili reali (problemi max/min, integrali in 2d e 3d, integrali su curve e superfici).

MODULO DI ALGEBRA LINEARE:

Aree di base: Sistemi lineari. Spazi euclidei reali e complessi
Aree caratterizzanti:
Teoria degli spazi vettoriali, dell'indipendenza e della dimensione
Teoria spettrale elementare
Aree affini: La geometria analitica e i vettori

MODULO DI ANALISI MATEMATICA II:

Aree di base: Continuità, limiti, derivate e integrali per funzioni fra spazi euclidei
Aree caratterizzanti:
Differenziabilità
Estremi locali liberi e vincolati
Integrabilità e potenziali di campi e forme
Curve regolari, rettificabilità, lunghezza e integrali curvilinei
Superficie regolari, vettore normale, area e integrali superficiali
Aree affini: Problemi geometrici e fisici alla base della teoria

Modalità di verifica delle conoscenze

Modalità di verifica delle conoscenze
Nella prova scritta, lo studente deve dimostrare di saper affrontare e risolvere problemi standard che richiedono gli strumenti presentati nel corso. Le soluzioni sono presentate in forma scritta. Verrà valutata la correttezza e la chiarezza delle soluzioni. Durante la prova orale verrà valutata la capacità dello studente di esporre correttamente i principali argomenti trattati durante il corso alla commissione.

Capacità

MODULO DI ALGEBRA LINEARE:

risolvere sistemi lineari generali, con applicazioni ai problemi dell'algebra lineare negli spazi euclidei
eseguire operazioni con vettori euclidei e matrici, sia attraverso le componenti scalari, sia in forma compatta; familiarità con le notazioni vettoriali e matriciali;
utilizzare lo spazio vettoriale euclideo come modello di sistemi complessi e, in particolare, come ambiente alternativo alla geometria analitica classica per la risoluzione di problemi geometrici e meccanici;

MODULO DI ANALISI MATEMATICA II:

uso delle funzioni fra spazi euclidei come modelli di curve e superficie; sistemi di coordinate differenti;
calcolo di derivate (velocità, gradiente, jacobiana) e differenziali per tutte le funzioni fra spazi euclidei di ogni dimensione;
determinazione di massimi e minimi liberi e vincolati;
applicazione dei teoremi della funzione implicita alla risolubilità locale di un insieme di equazioni
Stabilire l'integrabilità di un campo vettoriale (o di una forma differenziale) e calcolarne tutte le primitive;



UNIVERSITÀ DI PISA

calcolo di lunghezza ed integrali curvilinei di funzioni su curve parametriche;
calcolo di integrali multipli;
calcolo del piano tangente e del vettore normale ad una superficie parametrica regolare; calcolo di area e integrali superficiali di una funzione su una superficie.

Modalità di verifica delle capacità

Le due prove scritte, relative ai due moduli, hanno come obiettivo la verifica del livello raggiunto nelle capacità richieste per superare l'esame.

Comportamenti

COMUNI AI DUE MODULI:

Acquisire familiarità con i concetti e le notazioni dell'algebra e dell'analisi, tanto come modelli quanto come strumenti di calcolo

Modalità di verifica dei comportamenti

Le prove d'esame (scritte ed orali) di entrambi i moduli forniscono una valutazione diretta del grado di familiarità acquisito.

Prerequisiti (conoscenze iniziali)

Per il modulo di Algebra: trigonometria elementare; geometria analitica elementare (equazione della retta e delle coniche in forma canonica); generalità sull'uso dei vettori geometrici;

Per il modulo di Analisi Matematica II: Analisi Matematica I (limiti, continuità, derivate, integrali per funzioni di una variabile) e Algebra Lineare (spazio euclideo \mathbb{R}^n , prodotto scalare e norma, matrici, applicazioni lineari fra spazi euclidei, teoria spettrale elementare, forme quadratiche).

Programma (contenuti dell'insegnamento)

Modulo di Algebra Lineare:

I sistemi lineari: teoria e risoluzione: algoritmi di Gauss, di Gauss-Jordan.

Gli spazi euclidei reali e complessi: operazioni su vettori, norma e prodotto scalare (o hermitiano), sottospazi; proiezione.

L'algebra delle matrici: tipo, operazioni, matrici speciali. Struttura generale delle applicazioni lineari fra spazi euclidei.

Indipendenza, basi, dimensione. Teorema di Grassmann sui sottospazi.

Applicazioni lineari: proprietà generali. Nucleo, immagine e loro dimensioni.

Determinanti e loro proprietà.

Teoria spettrale: diagonalizzabilità, autovalori, autovettori e autospazi. Criteri di diagonalizzabilità.

Teoria spettrale per matrici autoaggiunte.

Classificazione delle forme quadratiche e studio del loro segno.

MODULO DI ANALISI MATEMATICA II:

successioni e funzioni in spazi euclidei: convergenza, continuità, e limiti; principali risultati; il teorema di esistenza degli zeri e la connessione (per archi);

calcolo differenziale in più variabili: derivate direzionali, condizione per gli estremi interni, differenziabilità, rappresentazione del differenziale e matrice jacobiana, vettori, rette e piani tangenti a curve, superficie e a grafici di funzioni.

Teorema della funzione implicita per funzioni e sistemi: teorema di inversione locale.

Campi di vettori e forme differenziali: condizioni di integrabilità e calcolo delle primitive.

Rettificabilità, lunghezza e integrale curvilineo di una funzione su una curva parametrica.

Integrali multipli: formule di riduzione (teoremi di Fubini e Tonelli), cambio di variabili ed integrazione per parti (formula di Gauss-Green-Ostrogradskij).

Superficie parametriche regolari, area e integrali superficiali.

Bibliografia e materiale didattico

Per l'algebra lineare, l'istruttore prevede di fornire una serie di note scritte per il corso. Altri riferimenti sono:

- Geometria e algebra lineare di Bruno Martelli, disponibile online
- Algebra lineare. Per tutti di Lorenzo Robbiano
- Schuam's Outlines, Linear Algebra (6ª edizione) di Seymour Lipschutz e Marc Lipson. Questo libro (in inglese) contiene soluzioni dettagliate a centinaia di problemi.

Alcune importanti differenze tra questi libri e i miei appunti:

- I miei appunti e il libro di Martelli trattano gli spazi vettoriali prima dell'eliminazione di Guassiano, il che è opposto all'ordine del libro di Robbiano.
- Il libro di Martelli introduce il prodotto scalare molto più tardi rispetto ai miei appunti e al libro di Robbiano.

Modalità d'esame

Il formato degli esami sarà simile a quello dell'anno precedente, con dettagli da annunciare.

I moduli di algebra lineare e analisi avranno esami separati (sia orali che scritti) che trattano solo l'argomento di quel modulo. Se uno studente



UNIVERSITÀ DI PISA

superata gli esami sia di algebra lineare che di analisi II, il voto del corso sarà determinato da un processo di media.

Il formato degli esami di analisi II non è ancora definito.

Gli studenti aventi diritto a tempi supplementari o altre agevolazioni per gli esami devono registrarsi preventivamente presso la segreteria competente

Pagina web del corso

<https://classroom.google.com/c/NjlyNDAxODg3MDc0>

Altri riferimenti web

<https://classroom.google.com/c/NjlyNDAxODg3MDc0?cjc=jccv2ua>

Codice del Corso: jccv2ua

Note

<https://classroom.google.com/c/NjlyNDAxODg3MDc0?cjc=jccv2ua> Code for Google Classroom: jcc2ua

Ultimo aggiornamento 23/09/2023 11:53