UNIVERSITÀ DI PISA

ALGEBRA LINEARE E ANALISI MATEMATICA II

STEFANO GALATOLO

Academic year	2017/18
Course	INGEGNERIA ELETTRONICA
Code	591AA
Credits	12

Modules	Area	Type	Hours	Teacher(s)
ALGEBRA LINEARE	MAT/03	LEZIONI	60	STEFANO GALATOLO
ANALISI MATEMATICA II	MAT/05	LEZIONI	60	STEFANO GALATOLO

Obiettivi di apprendimento

Conoscenze
Gli strumenti cuncettuali di base riguardanti l'algebra lineare e l'analisi in più variabili.

Modalità di verifica delle conoscenze
Esame scritto e orale.

Capacità
Al temine del corso, lo studente di spera abbia capito e sappia usare gli strumenti di base inerenti agli argomenti trattati.

Modalità di verifica delle capacità
Esame scritto e orale.

Comportamenti
Lo studente, abituato ad interessarsi a concetti profondi e importanti, perde interesse per la burocrazia inutile.

Modalità di verifica dei comportamenti
Nessuna.

Prerequisiti (conoscenze iniziali)

Modulo di Algebra Lineare
Preliminari/Prerequisiti
Insiemi e funzioni, principio di induzione, numeri complessi. Polinomi, geometria analitica, trigonometria.

Modulo di Analisi II
Preliminari/Prerequisiti
– Analisi Matematica I (studi di funzione, limiti, calcolo integrale).
– Algebra Lineare (vettori, geometria analitica nel piano e nello spazio, applicazioni lineari e prodotti scalari).

Programma (contenuti dell'insegnamento)
Programma del corso di Algebra Lineare ed Analisi 2
Modulo di Algebra Lineare
Preliminari/Prerequisiti
Insiemi e funzioni, principio di induzione, numeri complessi. Polinomi, geometria analitica, trigonometria.
Spazi vettoriali ed applicazioni lineari
– Campi e spazi vettoriali. Sottospazi vettoriali.
– Dipendenza e indipendenza lineare, generatori, basi e componenti di un vettore rispetto ad una base, dimensione di uno spazio e di un sottospazio vettoriale. Span di un insieme di vettori.

– Somma ed intersezione di sottospazi vettoriali. Formula di Grassmann. Somma diretta di sottospazi e componenti di un vettore rispetto ad una somma diretta.
– Applicazioni lineari. Matrice associata ad un'applicazione lineare dopo aver scelto basi in partenza ed arrivo.
– Operazioni tra matrici: somma, prodotto per uno scalare, prodotto tra matrici. Trasposta ed inversa di una matrice.
– Matrici di cambio di base. Similitudine tra matrici.
– Nucleo e immagine di un'applicazione lineare. Teorema della dimensione. Legami tra iniettività, surgettività e dimensioni degli spazi di partenza ed arrivo per applicazioni lineari.
– Determinante di una matrice: definizione, principali proprietà, esistenza, unicità. Calco- lo mediante l'algoritmo di Gauss e gli sviluppi di Laplace. Determinante della trasposta,
dell'inversa, del prodotto.
– Rango di una matrice. Calcolo del rango.
– Autovalori, autovettori, autospazi. Molteplicità algebrica e geometrica di un autovalore.
– Polinomio minimo, polinomio caratteristico. Relazioni tra coefficienti del polinomio caratteristico, traccia, determinante, autovalori.
– Applicazioni e matrici simmetriche. Criteri di diagonalizzabilità sui reali e sui complessi.

Prodotti scalari e forme quadratiche
– Prodotto scalare canonico in Rn. Norma e distanza.
– Basi ortogonali e ortonormali. Procedimento di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt.
– Matrici ortogonali.
– Ortogonale di un sottospazio. Proiezioni ortogonali su sottospazi.
– Prodotti scalari in generale e matrici ad essi associate. Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz. Basi ortogonali ed ortonormali (e procedimento di ortogonalizzazione) rispetto ad un generico prodotto scalare definito positivo (cenni).
– Applicazioni simmetriche rispetto ad un generico prodotto scalare e proprietà delle matrici ad esse associate. Teorema spettrale rispetto ad un generico prodotto scalare definito positivo.

Geometria analitica
– Vettori geometrici nel piano, nello spazio, e pi`u in generale in Rn.
– Geometria analitica nel piano. Equazioni cartesiane e parametriche di rette. Angoli e distanze.
– Geometria analitica nello spazio. Equazioni cartesiane e parametriche di rette e piani. Angoli e distanze tra rette e piani.
– Equazioni cartesiane e parametriche di sottospazi affini di Rn.

Sistemi lineari
– Scrittura di un sistema lineare in termini di matrici e vettori. Interpretazioni in termini di combinazioni lineari, Span, ed in termini di applicazioni lineari.
– Struttura generale dell'insieme delle soluzioni di un sistema lineare, omogeneo e non omogeneo.
– Matrici a scala e risoluzione di un sistema lineare mediante algoritmo di Gauss.
– Risolubilità di un sistema lineare e rango: teorema di Rouché-Capelli.

Modulo di Analisi II

Preliminari/Prerequisiti
– Analisi Matematica I (studi di funzione, limiti, calcolo integrale).
– Algebra Lineare (vettori, geometria analitica nel piano e nello spazio, matrici, forme quadratiche).

Calcolo differenziale in più variabili
– Lo spazio Rn. Vettori e operazioni tra vettori. Norma, distanza, prodotto scalare.
– Funzioni di più variabili e loro grafico. Visualizzazione del grafico per funzioni di due variabili: linee di livello e restrizione alle rette (o curve) passanti per un punto.
– Limiti e continuità per funzioni di più variabili.
– Derivate parziali e direzionali per una funzione di più variabili e loro significato geometrico.
– Differenziale per funzioni di più variabili e sua interpretazione geometrica in termini di (iper)piano tangente al grafico. Relazione tra le derivate direzionali e le derivate parziali per una funzione differenziabile. Gradiente e suo significato geometrico. Teorema del differenziale totale.
– Derivate successive per funzioni di più variabili. Teorema di inversione dell'ordine di derivazione. Formula di Taylor in due o più variabili (cenni).
– Massimi e minimi locali e globali per funzioni di più variabili.
– Matrice Hessiana e comportamento locale di una funzione in un intorno di un punto stazionario.
– Insiemi compatti in Rn. Teorema di Weierstass per funzioni di pi`u variabili.
– Massimi e minimi vincolati.
– Calcolo differenziale per funzioni da Rn ad Rm. Matrice Jacobiana.
– Integrale di Riemann per funzioni di due o tre variabili e suo significato geometrico/fisico.
– Formula di riduzione di un integrale doppio a due integrali semplici mediante sezioni.
– Integrali tripli: formule di riduzione per sezioni e per colonne.
– Sfruttamento delle simmetrie per semplificare il calcolo di integrali doppi o tripli.
– Calcolo di aree, volumi e baricentri mediante integrali doppi e tripli.
– Coordinate polari nel piano. Coordinate cilindriche e sferiche nello spazio. Utilizzo delle coordinate polari e sferiche per il calcolo di integrali multipli.

– Formula generale per il cambio di variabili negli integrali doppi.
– Integrali impropri in più variabili: definizioni e studio della convergenza.
Curve, superfici, calcolo vettoriale
– Curve: definizione. Curve chiuse e semplici. Vettore, versore e retta tangente.
– Lunghezza di una curva: definizione e calcolo.
– Integrali curvilinei (integrale di una funzione lungo una curva).
– campi vettoriali
– Integrale di un campo vettorialelungo un curva. Campi vettoriali e potenziali.
– Insiemi connessi, convessi, stellati, semplicemente connessi. Campi conservativi e irrotazionali.
– Superfici: definizioni, versore normale, piano tangente.
– Area di una superficie: definizione e calcolo.
– Integrali superficiali (integrale di una funzione su una superficie).
– Operatori differenziali: divergenza, rotore, gradiente. Relazioni tra gli operatori
differenziali.
– Orientazione di una superficie e del suo eventuale bordo.
– Formula di Gauss-Green: enunciati ed applicazioni.
– Formula di Stokes: enunciati ed applicazioni.

Ultimo aggiornamento 21/11/2017 19:01