



# UNIVERSITÀ DI PISA

---

## CALCOLO NUMERICO

**CECILIA MAGHERINI**

Anno accademico 2018/19  
CdS INGEGNERIA CHIMICA  
Codice 520AA  
CFU 6

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
CALCOLO NUMERICO	MAT/08	LEZIONI	60	CECILIA MAGHERINI

### Obiettivi di apprendimento

#### *Conoscenze*

Gli obiettivi del corso sono i seguenti:

1. fornire conoscenze riguardanti i metodi numerici di base e la analisi delle loro principali proprietà;
2. sviluppare la capacità dello studente all'utilizzo corretto e consapevole ed alla implementazione su calcolatore degli strumenti matematici introdotti.

Questo in vista del loro impiego nello studio, nell'analisi e nell'approfondimento dei fenomeni fisici e chimici e nella risoluzione dei problemi dell'Ingegneria.

#### *Modalità di verifica delle conoscenze*

Durante la prova orale lo studente dovrà dimostrare di aver acquisito conoscenze sui contenuti del corso utilizzando terminologia appropriata. Si richiede inoltre di dimostrare conoscenze riguardanti l'effettivo utilizzo dei metodi numerici presentati.

#### *Capacità*

Al termine del corso, lo studente avrà acquisito capacità riguardanti la scelta, il corretto utilizzo e l'implementazione su calcolatore di un metodo numerico.

#### *Modalità di verifica delle capacità*

Prova orale con discussione di un elaborato preparato dal candidato.

#### *Comportamenti*

Lo studente potrà acquisire sensibilità riguardanti l'utilizzo di un metodo numerico e la analisi della accuratezza e della affidabilità delle approssimazioni da esso fornite.

#### *Modalità di verifica dei comportamenti*

Prova orale con discussione di un elaborato preparato dal candidato.

#### *Prerequisiti (conoscenze iniziali)*

E' necessaria la conoscenza di nozioni fondamentali fornite durante corsi standard di Analisi Matematica ed Algebra Lineare. In maggior dettaglio:

1. Analisi Matematica: Funzioni e successioni, Limiti, Calcolo differenziale in una o piu' variabili, Sviluppi di Taylor, Calcolo integrale in una variabile, Problemi ai valori iniziali per sistemi di equazioni differenziali ordinarie;
2. Algebra Lineare: Spazi vettoriali, Sistemi lineari, Algebra delle matrici; Autovalori ed Autovettori.

#### *Indicazioni metodologiche*

Metodi di insegnamento:

1. Lezioni frontali
2. Esercitazioni in laboratorio informatico



### Programma (contenuti dell'insegnamento)

Il corso fornisce conoscenze riguardanti i seguenti argomenti:

1. ANALISI DELL'ERRORE: errore assoluto ed errore relativo. Tipologie di errore. Numeri di macchina. Rappresentazione mediante troncamento ed arrotondamento. Precisione di macchina. *Overflow* ed *Underflow*. Aritmetica finita. Condizionamento di un problema. Condizionamento delle quattro operazioni algebriche fondamentali;
2. APPROSSIMAZIONE DI ZERI DI FUNZIONE: Il metodo di bisezione: criteri di arresto, condizionamento del problema ed ordine di convergenza. Il metodo di Newton: convergenza locale ed ordine di convergenza quadratico per radici semplici. Il caso di radici multiple: convergenza lineare e ripristino dell'ordine quadratico per il caso di molteplicità esatta nota a priori. Metodi quasi-Newton.
3. RISOLUZIONE DI SISTEMI LINEARI E NON LINEARI: Casi semplici. Fattorizzazione LU: esistenza, unicità e costo computazionale. Matrici a diagonale dominante. Matrici simmetriche e definite positive: fattorizzazione LDLT e cenni sulla Cholesky. *Pivoting*. Condizionamento del problema. Metodi iterativi di base. Sistemi lineari sovradeterminati: soluzione nel senso dei minimi quadrati, metodo delle equazioni normali e cenni sul metodo basato sulla fattorizzazione QR. Il metodo di Newton per sistemi di equazioni non lineari.
4. APPROSSIMAZIONE DI FUNZIONI: Interpolazione polinomiale: esistenza ed unicità del polinomio interpolante. Forma di Lagrange. Cenni sulla analisi dell'errore. Il metodo dei minimi quadrati nel discreto.
5. INTEGRAZIONE NUMERICA: Formule di quadratura di tipo interpolatorio. Formule di Newton-Cotes: il metodo dei trapezi ed il metodo di Simpson semplici. Analisi dell'errore. Grado di precisione di una formula di quadratura e formule gaussiane (cenni). Analisi del condizionamento di un integrale definito e di una formula di quadratura. Metodo dei trapezi e di Simpson composti e relativa analisi dell'errore.
6. METODI NUMERICI PER EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE: Metodi ad un passo. Errore locale di troncamento ed ordine di consistenza (o accuratezza). Analisi di convergenza. I metodi di Eulero esplicito, implicito e dei trapezi. Metodi Runge-Kutta: tavola di Butcher, metodi espliciti e impliciti. Analisi lineare di assoluta stabilità. Metodi A-stabili ed A(alfa)-stabili. Equazioni *Stiff*. Metodi lineari a più passi. Errore locale di troncamento ed ordine di consistenza. Zero stabilità. Teorema di convergenza e prima barriera di Dahlquist. Analisi lineare di assoluta stabilità e seconda barriera di Dahlquist.

Il corso include inoltre attività di laboratorio finalizzata alla acquisizione delle principali nozioni riguardanti la implementazione su calcolatore elettronico dei metodi numerici presentati durante le ore di lezione frontale.

### Bibliografia e materiale didattico

Testi consigliati:

1. L.Brugnano, C.Magherini, A.Sestini. Calcolo Numerico, terza edizione. Masterbooks, Firenze 2014.
2. P.Ghelardoni, G.Gheri, P.Marzulli. Elementi di calcolo numerico (dispense disponibili in rete).

### Indicazioni per non frequentanti

Non sussiste alcuna variazione per non frequentanti.

### Modalità d'esame

Prova orale con:

1. discussione di un elaborato preparato dal candidato;
2. verifica che il candidato abbia acquisito conoscenze sufficienti in merito ai contenuti del corso.

Per quanto riguarda l'elaborato il candidato dovrà:

- scegliere un metodo numerico descritto durante le ore di lezione frontale;
- scrivere un codice Matlab/Octave che lo implementi;
- effettuare dei test numerici con tale codice applicandolo per risolvere particolare problemi, che lo studente può scegliere liberamente;
- commentare i risultati ottenuti;
- presentarsi alla prova orale con una copia cartacea del codice redatto, dei test effettuati e dei relativi commenti e saper descrivere al docente il lavoro svolto.

Per la impostazione dell'elaborato lo studente potrà utilizzare come esempi le esercitazioni svolte in laboratorio informatico (consultare la pagina del corso sul portale e-learning).

In riferimento alla verifica delle conoscenze acquisite, il candidato dovrà dimostrare, usando terminologia appropriata, di aver appreso sufficienti nozioni sui criteri per la scelta di un metodo numerico, sulle sue modalità di utilizzo e sulle sue principali proprietà con particolare riferimento alla accuratezza della approssimazione fornita ed al costo computazionale richiesto per determinarla.

La prova orale consisterà in un colloquio della durata media di quaranta minuti tra il docente ed il candidato.



## UNIVERSITÀ DI PISA

---

Pagina web del corso

<https://elearn.ing.unipi.it/enrol/index.php?id=1190>

*Ultimo aggiornamento 17/12/2018 14:10*