



UNIVERSITÀ DI PISA

ISTITUZIONI DI MATEMATICA I

FILIPPO GIANLUCA CALLEGARO

Academic year 2020/21
Course CHIMICA PER L'INDUSTRIA E
L'AMBIENTE
Code 014AA
Credits 12

Modules	Area	Type	Hours	Teacher(s)
ISTITUZIONI DI MATEMATICA I	MAT/05	LEZIONI	108	FILIPPO GIANLUCA CALLEGARO GIOVANNI GAIFFI

Obiettivi di apprendimento

Conoscenze

Al termine del corso lo studente avrà acquisito una conoscenza dei principali teoremi e strumenti dell'analisi matematica e dell'algebra lineare e la loro applicazione rigorosa nella risoluzione di esercizi collegati. Inoltre potrà illustrare correttamente i contenuti dei risultati sopra attraverso il linguaggio rigoroso proprio della matematica.

Modalità di verifica delle conoscenze

Per l'accertamento delle conoscenze saranno assegnati materiali contententi anche esercizi e svolte delle prove in itinere.

Capacità

Lo studente alla fine del corso dovrà aver maturato le conoscenze degli strumenti di base dall'analisi matematica e dell'algebra lineare in modo da poter apprendere metodologie successive anche legate al contenuto di altri corsi. Lo studente potrà inoltre acquisire e/o sviluppare un approccio analitico alla formulazione matematica e successiva risoluzione di varie problematiche incontrate nei corsi paralleli o successivi e nel resto della sua carriera scientifica.

Modalità di verifica delle capacità

Saranno svolte delle esercitazioni settimanali atte ad illustrare allo studente le tecniche di risoluzione di problemi matematici derivanti dalla teoria sviluppata a lezione.

Comportamenti

Lo studente potrà sviluppare una adeguata capacità di astrazione.

Modalità di verifica dei comportamenti

Lo svolgimento degli esercizi per casa e la capacità di risolvere gli stessi mettere in luce se si sono apprese le giuste capacità di astrazione e contestualmente la capacità di capire in quali occasioni usare alcuni risultati teorici.

Prerequisiti (conoscenze iniziali)

Uso e familiarità con i contenuti dei programmi di matematica incontrate nei corsi della scuola superiore. In particolare lo studente dovrà maneggiare i concetti di base incontrati nelle scuole superiori quali risoluzioni di equazioni, disequazioni contenenti le funzioni elementari ed espresse nella variabile reale x . In particolare lo studente dovrà aver chiare le funzioni esponenziali e trigonometriche e le regole algebriche ad esse collegate.

Indicazioni metodologiche

Il corso si sviluppa attraverso lezioni frontali, materiale didattico collegato alle lezioni a disposizione sul sito web dedicato, ricevimenti studenti dedicati e prove in itinere.

Le lezioni frontali illustreranno i contenuti teorici e nozionistici del corso. Saranno alternate a lezioni dedicate alla risoluzione completa di esercizi svolti sugli argomenti visti a lezione. Altro materiale didattico sarà fornito online. Lo studente dovrà studiare le lezioni svolte in classe con l'aiuto degli appunti e dei testi di riferimento ed esercitarsi da solo a risolvere esercizi e problematiche simili a quelle sviluppate in classe.



UNIVERSITÀ DI PISA

Programma (contenuti dell'insegnamento)

Cenni di teoria degli insiemi: unione, intersezione, differenza, prodotto cartesiano. Notazione dei quantificatori e loro uso nella descrizione di insiemi e nella formulazione di proposizioni. Cenni sui numeri naturali, interi relativi, razionali, reali. Gli insiemi reali rappresentati sulla retta ordinata infinita; ordinamento dei numeri reali e proprietà associate. Rappresentazione sulla retta reale degli insiemi numerici e delle operazioni.

Insiemi limitati su $\mathbb{R}$; maggiorante, minorante; massimo, minimo di un insieme A di $\mathbb{R}$; estremo superiore e inferiore di un insieme A di $\mathbb{R}$. Proprietà caratterizzanti.

Numeri complessi: rappresentazione cartesiana e trigonometrica, modulo, argomento, coniugio, radici ennesime di un numero complesso. Polinomi a coefficienti complessi, divisione tra polinomi, radice di un polinomio e sua molteplicità. Teorema fondamentale dell'algebra.

Funzioni tra insiemi: dominio, immagine, contro-immagine o immagine inversa di insiemi, iniettività, surgettività, funzione inversa, funzione composta, grafico di una funzione. Caso di funzioni reali a valori reali: monotonia, periodicità, parità/disparità.

Funzioni elementari e loro proprietà: potenza, esponenziale, logaritmo, funzioni trigonometriche e loro inverse, loro rappresentazione grafica. Operazioni naturali su grafici di funzioni reali.

Cenni di topologia, punti di accumulazione per un sottoinsieme A di $\mathbb{R}$. Nozione di limite di f (finito/infinito) per x che tende a x_0 (finito/infinito). Proprietà dei limiti: regole per somma, prodotto e 'composizione', forme di indeterminazione, teoremi di confronto. Limiti notevoli trigonometrici ed esponenziali. Esistenza di limiti destri e sinistri per funzioni monotone.

Nozione di continuità e collegamento con i limiti. Stabilità per somma, prodotto, composizione.

Proprietà globali delle funzioni continue: teorema di Weierstrass, teorema di esistenza degli zeri.

Teoremi sull'immagine di funzioni continue. Teorema dei valori intermedi.

Definizione di derivata e sua interpretazione geometrica. Regole di calcolo delle derivate, derivate delle funzioni elementari. Teoremi di Fermat, Rolle e Lagrange. Applicazioni delle derivate allo studio della monotonia, dei massimi e minimi e della convessità delle funzioni. Studio del grafico di una funzione, asintoti orizzontali, verticali ed obliqui. Teorema di De L'Hopital, formula di Taylor.

Applicazioni al calcolo di limiti.

Integrale secondo Riemann di f . Classi di funzioni integrabili. Integrale come area del sottografico per f positive. Proprietà dell'integrale, teorema della media integrale. Integrale indefinito di f e nozione di primitiva di f . Funzione integrale e teorema fondamentale del calcolo integrale. Suo utilizzo nel calcolo di integrali. Integrazione delle funzioni razionali, integrazione per parti e per sostituzione. Integrali generalizzati. Cenni sul calcolo di volumi.

Equazioni differenziali del primo ordine: problema di Cauchy, teoremi di esistenza, spazio delle soluzioni per equazioni lineari. Equazioni a variabili separabili e di Bernoulli.

Coordinate cartesiane in $\mathbb{R}^n$. Nozione di prodotto scalare tra vettori e ortogonalità, distanza. Rette nel piano e nello spazio, parallelismo e perpendicolarità tra rette e piani. Nozione di spazio vettoriale, vettori linearmente indipendenti, sistemi di generatori, basi, dimensione di uno spazio vettoriale. Nozione di sottospazio vettoriale ed esempi. Lo spazio vettoriale delle matrici $m \times n$, prodotto righe per colonne. Operazioni elementari per riga, riduzione a scalini di una matrice, rango. Determinante di una matrice $n \times n$ e sue proprietà, inversa di una matrice $n \times n$. Collegamento con la risoluzione di sistemi lineari: Teorema di Rouché-Capelli, metodo di eliminazione di Gauss.

Autovalori ed autovettori per matrici quadrate, polinomio caratteristico e polinomio minimo, cenni alla diagonalizzazione.

Cenni di calcolo combinatorio: fattoriale, binomio di Newton, combinazioni, disposizioni, permutazioni di insiemi di n elementi. Cenni di probabilità discreta.

Bibliografia e materiale didattico

per la parte di analisi: Marco Bramanti, Carlo Domenico Pagani, Sandro Salsa, "Analisi matematica 1", Zanichelli, 2008 per la parte di algebra lineare: Rita Fioresi, Marta Morigi, "Introduzione all'algebra lineare", ed. Ambrosiana, 2015 come testo di esercizi: Marco Boella, "Analisi matematica 1 e Algebra lineare - Eserciziario", Pearson, 2016 Il materiale didattico verrà completato da dispense fornite durante il corso o reperibili online.

Indicazioni per non frequentanti

Nessuna

Modalità d'esame

L'esame consta di una parte scritta e di una parte orale a cui si accede solo dopo aver superato lo scritto. La parte scritta è dedicata alla comprensione e risoluzione di quesiti/esercizi, la parte orale richiederà inoltre l'illustrazione corretta e rigorosa dei risultati teorici visti a lezione insieme alle loro applicazioni.

Pagina web del corso

<https://polo3.elearning.unipi.it/course/view.php?id=2769>

Ultimo aggiornamento 04/08/2020 19:45