



# UNIVERSITÀ DI PISA

---

## MATEMATICA

### FRANCESCA AGNESE PRINARI

Anno accademico	2021/22
CdS	SCIENZE AGRARIE
Codice	707AA
CFU	9

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
MATEMATICA	MAT/05	LEZIONI	84	FRANCESCA AGNESE PRINARI

#### Obiettivi di apprendimento

##### *Conoscenze*

Lo studente potrà acquisire i primi elementi di logica e insiemi, assieme al concetto di funzione; quindi potrà apprendere gli aspetti teorici ma soprattutto pratici relativi al calcolo dei limiti di una funzione in una variabile (con particolare riferimento ai polinomi, alle funzioni razionali fratte, a quelle contenenti termini di tipo esponenziale o logaritmico), al calcolo differenziale e all'integrazione per arrivare a risolvere le equazioni differenziali lineari del primo ordine e quelle a variabili separabili. Inoltre potrà acquisire i primi strumenti di statistica descrittiva.

##### *Modalità di verifica delle conoscenze*

- Per l'accertamento delle conoscenze saranno svolte delle prove in itinere utilizzando test e/o domande a risposta aperta.

##### *Capacità*

Alla fine del corso lo studente sarà in grado di calcolare limiti e derivate di funzioni in modo da poter tracciare il grafico di una funzione; calcolare integrali di funzioni tramite, ad esempio, il metodo di integrazione per parti o il cambiamento di variabili; risolvere equazioni differenziali lineari del primo ordine ed equazioni differenziali a variabili separabili; risolvere sistemi di equazioni in 3 incognite attraverso il metodo di Gauss e di Cramer, calcolare frequenze, media, mediana, moda e varianza di una variabile statistica discreta.

##### *Modalità di verifica delle capacità*

Le capacità acquisite dallo studente potranno essere accertate sia durante le esercitazioni in aula, sia nella correzione degli esercizi proposti durante il tutorato (e le cui risoluzioni gli studenti potranno inserire su una piattaforma) che nella valutazione delle prove scritte d'esame.

##### *Comportamenti*

Lo studente potrà acquisire un metodo logico e operativo in relazione a problemi che si possano modellizzare tramite funzioni reali di una variabile reale. Tale metodo potrà applicarsi sia da un punto di vista teorico che applicativo.

##### *Modalità di verifica dei comportamenti*

La verifica dell'utilizzo degli strumenti matematici presentati nel corso avverrà principalmente attraverso la valutazione degli esercizi assegnati per casa durante il tutorato (e inviati tramite piattaforma) e delle prove scritte d'esame.

##### *Prerequisiti (conoscenze iniziali)*

Le conoscenze richieste allo studente consistono nell'algebra elementare, specialmente in riferimento alla risoluzione di equazioni e di disequazioni di secondo grado. È inoltre richiesta la conoscenza dei primi elementi di geometria analitica.

##### *Indicazioni metodologiche*

Le lezioni saranno tenute in presenza (o per via telematica) a seconda delle delibere degli organi competenti dell'Ateneo di Pisa. Il corso prevede 84 ore di lezione, con presentazione degli aspetti teorici accompagnati da applicazioni e lo svolgimento di molti esercizi per tutti gli argomenti del corso.

Le lezioni si svolgono alla lavagna/mediante condivisione Ipad.



## UNIVERSITÀ DI PISA

---

### Programma (contenuti dell'insegnamento)

#### Prima parte: matematica zero

- **Logica, insiemi e funzioni.** Elementi di logica e linguaggio matematico. Concetto di insieme: appartenenza, sottoinsiemi ed uguaglianza, unione, intersezione e differenza. Concetto di funzione. Dominio di una funzione e insieme immagine. Funzioni iniettive, surgettive, biettive, invertibili. Numeri naturali, interi, razionali, reali e loro proprietà fondamentali. Intervalli (aperti, chiusi, limitati e illimitati)
- **Polinomi e funzioni razionali fratte.** Potenze con esponente naturale e con esponente intero. Proprietà algebriche delle potenze. Polinomi e zeri di un polinomio. Divisione tra polinomi. Teorema fondamentale dell'algebra. Funzioni razionali fratte. Equazioni e disequazioni di primo grado
- **Insiemi limitati** (in  $\mathbb{R}$ ). Insiemi limitati inferiormente, insiemi limitati superiormente, insiemi limitati. Maggioranti e minoranti. Estremo inferiore e superiore. Massimo e minimo di un insieme. Assioma di completezza dei numeri reali
- **Funzioni di variabile reale.** Grafico di una funzione. Leggere il grafico di una funzione. Grafico della retta. Funzioni pari, dispari, monotone, lineari. Funzioni limitate. Estremo superiore, estremo inferiore, massimi e minimi relativo e assoluti
- **Potenze, radici  $n$ -esime e funzione valore assoluto.** Le potenze con esponente razionale. La funzione radice  $n$ -esima. Equazioni e disequazioni di secondo grado. Grafico della retta e della parabola. Disuguaglianze tra potenze. Equazioni e disequazioni con radici. Funzione valore assoluto. Equazioni e disequazioni con un valore assoluto.
- **Funzioni trigonometriche, esponenziali e logaritmi.** Funzioni periodiche. Principali funzioni trigonometriche. Definizione degli esponenziali: proprietà fondamentali. Definizione di logaritmo: proprietà dei logaritmi, formula del cambio di base. Equazioni e disequazioni esponenziali e logaritmiche. Studio del dominio di una funzione e segno.
- **Principio di induzione e successioni.** Principio di induzione. Binomio di Newton. Successioni. Successioni monotone e successioni limitate. Sottosuccessioni.

#### Secondo parte: strumenti per lo studio di funzione

- **Limite di successioni.** Definizione di limite. Il numero di Nepero. Teoremi di unicità del limite, di permanenza del segno, del confronto, dei carabinieri, del limite della somma, del prodotto, del quoziente. Forme indeterminate. Successioni monotone: esistenza del limite.
- **Limiti di funzioni.** Definizione di limite di una funzione. Teoremi sui limiti di funzione analoghi a quelli per le successioni. Limiti notevoli di funzioni. Concetto di ordine di infinitesimo e di ordine di infinito. Confronto tra infiniti e infinitesimi. Asintoti di una funzione.
- **Proprietà delle funzioni continue.** Funzioni continue. Continuità delle funzioni elementari. Teoremi di esistenza degli zeri, di Weierstrass e dei valori intermedi. Immagine di una funzione continua su un intervallo
- **Calcolo differenziale in una variabile.** Derivata di una funzione. Derivata della somma, del prodotto, del quoziente, della composizione. Calcolo della derivata di funzioni elementari. Legami tra continuità e derivabilità. Derivata della funzione inversa e suo calcolo per funzioni elementari. Teorema di de l'Hôpital. Teoremi di Rolle e di Lagrange. Massimi e minimi. Relazione tra il segno della derivata e la monotonia. Convessità di una funzione, punti di flessi e studio della derivata seconda. Informazioni deducibili dal grafico della derivata di una funzione.
- **Studio di funzione.** Studio del grafico di una funzione. Eventuali simmetrie in base alle proprietà della funzione, quali parità, disparità.

#### Terza parte: Integrazione ed equazioni differenziali del primo ordine.

- **Calcolo integrale in una variabile.** Integrale di Riemann per funzioni limitate su intervalli limitati. Significato geometrico. Integrabilità delle funzioni monotone e delle funzioni continue. Proprietà dell'integrale. Funzione integrale. Teorema della media integrale. Teorema fondamentale del calcolo integrale. Primitive di una funzione continua e loro utilizzo per il calcolo di integrali definiti. Primitive delle funzioni elementari. Formula di integrazione per parti e per sostituzione. Integrazione delle funzioni razionali. Integrali impropri (cenni).
- **Equazioni differenziali ordinarie.** Generalità sulle equazioni differenziali. Integrale generale. Equazioni differenziali del primo ordine di tipo lineare e a variabili separabili. Il problema di Cauchy.

#### Quarta parte. Ulteriori strumenti

- **Cenni di statistica descrittiva.** Indagine statistica: tipo di variabile di interesse, popolazione, campione, variabile statistica. Frequenze assolute e relative. Rappresentazione dei dati. Indici di centralità (media, mediana, moda), indici di dispersione (varianza, deviazione standard).
- **Sistemi lineari.** Metodo di eliminazione di Gauss. Determinanti di matrici quadrate e regola di Cramer.

#### Bibliografia e materiale didattico

##### Testi consigliati

P. Marcellini – C. Sbordone: ELEMENTI DI CALCOLO – Liguori Editore – 2004

M. Abate: MATEMATICA E STATISTICA, le basi per le scienze della vita – McGraw-Hill – 2017

M. Gobbino-M. Ghisi: Schede di analisi matematica- Editore: Esculapio

##### Per esercitarsi:

M. Gobbino-M. Ghisi: Esercizi per precorsi di matematica- Editore: Esculapio

P. Marcellini – C. Sbordone: ESERCITAZIONI DI MATEMATICA – Vol. I parte 1, Liguori Editore – 2013



## UNIVERSITÀ DI PISA

P. Marcellini – C. Sbordone: ESERCITAZIONI DI MATEMATICA – Vol. I parte 2, Liguori Editore – 2014, 2017

Dispense della docente

### Modalità d'esame

**L'esame è costituito da una prova scritta**, mirata a valutare la capacità dello studente di risolvere problemi ed esercizi: più specificatamente è richiesto uno studio di funzione, la risoluzione di un integrale con applicazione allo studio di un'equazione differenziale del primo ordine, un esercizio di statistica descrittiva, un sistema lineare di 3 equazioni in 3 incognite. Gli esami scritti sono previsti in ogni sessione d'esame: tre al termine del corso (nel periodo aprile-luglio), uno a settembre, tre nella sessione invernale (gennaio-febbraio). **L'esame orale si svolge a scelta dello studente** (solo nel caso in cui il voto dello scritto è almeno 18) **oppure su richiesta del docente** qualora fosse necessario verificare aspetti della risoluzione del compito non adeguatamente giustificati. Esso prevede la discussione del compito scritto, la risoluzione di ulteriori esercizi e la conoscenza delle definizioni, formule, proprietà ed enunciati dei principali teoremi svolti (senza dimostrazioni). **In alternativa allo scritto totale, si richiede il superamento di due esoneri** (con un voto di almeno 16/31 e una media tra i due di almeno 18/31).

#### Distribuzione appelli:

- metà gennaio (circa): compitino di Matematica zero (facoltativo o obbligatorio in caso di OFA). A seguire Primo Esonero;
- metà febbraio (circa): compitino di Matematica zero (facoltativo o obbligatorio in caso di OFA). A seguire Primo Esonero;
- fine aprile: compitino di Matematica zero (facoltativo o obbligatorio in caso di OFA). A seguire Primo Esonero; a seguire Secondo Esonero. In questo modo lo studente può accedere a tutti e 3 i compitini;
- un appello i primi di giugno e un appello i primi di luglio con le seguenti identiche modalità: compitino di Matematica zero (facoltativo o obbligatorio in caso di OFA). A seguire Secondo Esonero e Totale in contemporanea. Allo scadere di un'ora e mezzo, lo studente interessato alla consegna del solo secondo esonero lascia l'aula.

Lo studente che riconsegna un primo parziale, perde il risultato conseguito nel primo parziale precedente; lo studente che riconsegna un secondo parziale, perde il risultato conseguito nel secondo parziale precedente; lo studente che consegna un esame totale, perde gli eventuali voti sufficienti dei due parziali. Invece, anche se uno dei compitini-compiti fosse insufficiente, lo studente non perde gli eventuali bonus matematica zero e tutorato.

Il voto finale registrato è il voto dell'esame scritto (o la media tra i due compitini) e, se sufficiente, può essere incrementato di un punto previa **partecipazione dello studente alle attività di tutorato** (documentata, in itinere, dall'inserimento su piattaforma della risoluzione degli esercizi assegnati).

Per gli studenti che hanno il recupero degli Ofa si prevede un **compitino di Matematica zero** (il cui superamento è obbligatorio per accedere all'esame scritto). Inoltre tutti gli studenti (prima di accedere all'esame scritto o al primo parziale e, in ogni caso, entro la fine del corso di Matematica) hanno la possibilità di partecipare al compitino di Matematica zero allo scopo di dimostrare il recupero o il consolidamento dei prerequisiti richiesti: il voto sufficiente (almeno 6/10) a tale compitino consente di incrementare il voto del compito scritto (se quest'ultimo risulta almeno 18) sino a un massimo di 2 punti.

Durante la prova scritta non è consentito consultare testi, utilizzare PC, tablet o smartphone, calcolatrici.

Ultimo aggiornamento 26/09/2021 09:00