UNIVERSITÀ DI PISA

ANALISI MATEMATICA

GIUSEPPE PUGLISI

Anno accademico	2021/22
CdS	INGEGNERIA EDILE-ARCHITETTURA
Codice	679AA
CFU	12

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
ANALISI MATEMATICA	MAT/05	LEZIONI	144	JACOPO BELLAZZINI ILARIA DEL CORSO GIUSEPPE PUGLISI

Obiettivi di apprendimento

Conoscenze
Gli studenti che superano l'easme avranno una solida conoscenza del calcolo differenziale e integrale di funzioni reali di una o piu' variabili. Saranno in grado di valutare la convergenza di serie e integrali impropri e di risolvere equazioni differenziali lineari di primo e secondo ordine.

Modalità di verifica delle conoscenze
Esame scritto e orale.
L'esame scritto consiste nella soluzione di esercizi su studio di funzione e problemi di massimo e minimo; cacolo di limiti e integrali; studio di serie numeriche; risoluzione di equazioni differenziali; problemi sui campi di vettori.
La prova orale richiede che lo studente dimostri anche di aver compreso e assimilato definizioni, enunciati e dimostrazioni presentati nel corso.

Capacità
Gli studenti che superano l'esame avranno la capacita' di usare i metodi dell'analisi classica in una e in piu' variabili e di applicarla a situzioni concrete. Lo studio dell'analisi matematica dara' allo studente gli strumenti e metodo di lavoro necessari ad affrontare lo studio delle altre materie scientifiche.
Tra le finalita' del corso c'e' quella di stimolare la fantasia e l'apertura mentale a cercare soluzioni rigorose ma non scontate.

Modalità di verifica delle capacità
Esame scritto e orale
L'esame scritto contiene questiti di vario tipo tra i quali una domanda non standard volta a valutare le capacita' acquisite.
La prova orale richiede, tra le altre cose, che lo studente sappia fornire esempi di situazioni specifiche.

Comportamenti
E' consigliato seguire le lezioni ed esercitarsi sugli esercizi proposti in classe o indicati sulla pagina web. Il corso prevede sessioni di esercitazioni di auto-verifica che si svolgeranno in aula: gli studenti sono invitati ad usare questi momenti per fare il punto sulla propria preparazione e, eventualmente, colmare poi le lacune evidenziate, avvalendosi anche dei ricevimenti studenti.

Modalità di verifica dei comportamenti
Nessuna.

Prerequisiti (conoscenze iniziali)
Matematica della scuola superiore: Algebra di base: polinomi, equazioni e disequazioni. Teoria elementare degli insiemi e delle funzioni. Proposizioni e connettivi logici. Funzioni elementari. Basi di trigonometria.

Indicazioni metodologiche
Il corso coniste in 144 ore di lezioni frontali divise in 2 semestri.odo di apprendimento consigliato consste in:
-seguire attivamente le lezioni
-partecipare agli incontri di approfondimento e discussione
-studio individuale

-studio con compagni di corso

Programma (contenuti dell'insegnamento)

Vocabolario della teoria degli insiemi e della logica. Proprieta' delle proposizioni e dei connettivi logici. Implicazioni. I predicati e i quantificatori. Negazione di una proposizione. Le dimostrazioni per assurdo. Significato e propriet`a dei simboli della teoria degli insiemi: appartenenza, contenuto, intersezione, unione e differenza. Il principio di induzione. Il principio di induzione per i predicati (dim.). Il fattoriale ed i coefficienti binomiali. La formula di Stifel. Il triangolo di Tartaglia. La formula di Newton della potenza ennesima di un binomio (Dim.). Cenni di calcolo combinatorio. I numeri reali. I numeri interi, razionali e reali. Esistenza degli irrazionali: l'irrazionalita` di radice di 2. Gli assiomi algebrici sui numeri reali. Le operazioni sui reali e loro propriet`a. Gli intervali. L'assioma di continuit`a. L'assioma di Archimede. Insiemi limitati della retta reale. Definizione di massimo e di minimo. Definizione di maggiorante e di minorante. Definizione di estremo superiore e di estremo inferiore. Caratterizzazione dell'estremo superiore ed inferiore. Esistenza dell'estremo superiore ed inferiore nei reali (Dim.). Intervalli di numeri reali. Il valore assoluto e sue propriet`a. La diseguaglianza triangolare (Dim.). Briciole di topologia. Definizione di intorni nella retta reale, intorni destri e sinistri. Definizione di punto di accumulazione. Le funzioni reali. Numenclatura relativa alle funzioni reali: dominio, codominio, immagine, immagine inversa, iniettivit`a, surgettivit`a, funzione inversa, composizione, monotonia, restrizioni. Grafici delle funzioni elementari. Inverse delle funzioni trigonometriche. Definizione di funzione limitata superiormente ed inferiormente. Definizione di estremo superiore ed inferiore di una funzione. Massimi e minimi di funzioni. Caratterizzazione dell'estremo superiore ed inferiore di una funzione. Definizione di successione reale e di successione estratta. Funzioni continue. Definizione di funzione continua mediante ?, ? e mediante gli intorni. (Dim.). Struttura lineare e algebra delle funzioni continue (continiut`a della somma, del prodotto, ecc. , di funzioni continue) (Dim.). Teorema della permamenza del segno (Dim.). Continuit`a della composta di funzioni continue. Teorema degli zeri (Dim.). Teorema dei valori intermedi (Dim.). Teorema di Weierstrass. Enunciato del teorema sulla continuit`a dell'inversa di una funzione continua. Definizione di funzione uniformemente continua. Enunciato sull'unifome continuit`a delle funzioni continue definite su un intervallo limitato e chiuso. Limiti di funzioni. Definizione generale di limite di funzione e sua esplicitazione nei vari casi (limite finito, infinito, ecc.). Operazioni con i limiti (Dim.). Casi di indeterminazione. Teorema della permanenza del segno (Dim.). Teorema di unicit`a del limite (Dim.). Teoremi del confronto e dei carabinieri (Dim.). Es empi di calcolo di alcuni limiti notevoli. Limite destro e sinistro. Teorema sui limiti di funzioni monotone (Dim.). Esempi di calcolo degli asintoti di una funzione. Il simbolo di Landau. L'algebra degli o-piccoli. Utilizzazione del simbolo di Landau per il calcolo dei limiti. Limiti di successioni. Definizione di limite di una successione. Definizione di sottosuccessione o successione estratta. Le successioni convergenti sono limitate (Dim.). Da ogni successione limitata si puo' estrarre una successione convergente. Teorema sui limiti di successioni monotone (Dim.). Il numero e. Le successioni definite per ricorrenza. Il calcolo differenziale. Definizione di differenziale e di derivata. Continuit`a delle funzioni derivabili (Dim.) Teoremi sulle operazioni con le derivate (Dim.). Derivazione di una funzione composta (Dim.). Derivazione dell'inversa di una funzione (Dim.). Definizione di massimo e di minimo relativo. Terema sulla derivata in un punto di massimo o diminimo relativo (Dim.). Calcolo dei massimi e dei minimi assoluti di una funzi one. Dimostrazione dei teoremi di Rolle e di Lagrange. Teorema sulla funzione che ha la derivata nulla su di un intervallo (Dim.). Il teorema sulle primitive (Dim.). Relazione tra segno della derivata e mono tonia della funzione (Dim.). I teoremi dell'Hospital. Le derivate seconde. Definizione di funzione convessa. Legame tra derivata seconda e convessit`a di una funzione. Dimostrazione del teorema sulle derivate seconde nei punti st azionari. Legametra retta tangente e funzione convessa. Studio del grafico di una funzione. La formula di Taylor con resto di Peano e di Lagrange. Metodo delle corde e delle tangenti per il calcolo delle radici di un'equazione algebrica. L' integrale. Definizione di integrale di Riemann. Propriet`a delle funzioni integrabili (integrale della somma, ecc.). Integrabilit`a delle funzioni continue. Il teorema della media integrale (Dim.).Il teorema fondamentrale delcalcolo integrale (Dim.). Teorema di Torricelli (Dim.). Cambiamento divariabile negli integrali (integrale per sostituzione). Formula per l'integrazione per parti (Dim.). Calcolo degli integrali di funzioni razionali, di funzioni dipendenti da funzioni trigonometriche ed esponenziali, integrali di funzioni in cui compaionoradici. Calcolo di integrali in cui compaiono funzioni irrazionali quali il logaritmo, arcotangente, arcoseno, arcocoseno, o le funzioni iperboliche. Definizione di integrale generalizzato e sue propriet ?a. Serie numeriche. Definizione di serie convergente, divergente, indeterminata, assolutamente convergente. Alcune serie notevoli: la serie geometrica, la serie armonica. Condizione necessaria per la convergenza di una serie `e che il termine generale sia infinitesimo (Dim.). Criterio della convergenza assoluta. Criterio di Leibniz per le serie a termini si segno alterno. Criteri di convergenza per le serie a termini positivi: criterio del confronto (Dim.), criteriodel rapporto (Dim.), criterio della radice ennesima (Dim.), del confronto asintotico (Dim.). Criterio integraleper la convergenza di una serie (Dim.) SECONDO SEMESTRE: 1)Topologia e Spazi metrici: Punti esterni, interni e di frontiera di un sottoinsieme di uno spazio euclideo. Insiemi aperti e chiusi di uno spazio euclideo. Proprietà degli insiemi aperti e chiusi. Insiemi chiusi per successioni.Insiemi compatti. Compatti di Rn. 2)Calcolo infinitesimale in più variabili: Definizione di limite di una funzione a più variabili (per successione e con il formalismo epsilon-delta). Continuità. Teoremi del calcolo che si trasportano a più variabili in maniera banale (proprietà dei limiti, permanenza del segno, confronto, continuità delle funzioni elementari). Teorema di Weiestrass in più variabili con dimostrazione. Esercizi su limiti e continuità. Definizione di derivata parziale e derivata direzionale per una funzione di più variabili. Definizione di differenziale. Vettore gradiente. Rapporto tra continuità, differenziabilità e derivabilità. Teorema del differenziale totale. Differenziale di funzione di due variabili e piano tangente. Sviluppi di Taylor al primo ordine. Teorema di Fermat (con dimostrazione) Derivate parziali di ordine 2 o superiore. Th di Schwartz (senza dimostrazione). Hessiano di una funzione. Lemma di Morse (senza dim.) e classificazione dei punti critici. Rapporto tra punti critici e punti estremali. Sviluppi di Taylor al secondo ordine, concavità e convessità di una funzione di più variabili. Studio di funzione. Derivate di ordine superiore al secondo e sviluppi di Taylor di qualsiasi ordine. Funzioni a valori vettoriali. Continuità e differenziabilità per funzioni a valori vettoriali, Matrice Jacobiana. Differenziale di funzione composta. Regola di derivazione a catena (chain rule), applicazione alla derivata di una funzione lungo una curva e al passaggio in coordinate polari. Ricerca di massimi e minimi vincolati. Varianti del teorema di Weierstrass su insiemi non compatti. 3) Calcolo differenziale su curve e superfici: Cenni di teoria delle curve. Sostegno di una curva, curve chiuse, semplici, regolari. Derivata di una funzione lungo una curva. Definizione di superficie parametrica. Piano tangente e vettore normale. Esempio della sfera. Parametrizzazioni di grafici di funzioni di due variabili e di superfici di rotazione. In una superficie definita come luogo di zeri di una funzione g, il gradiente di g è ortogonale alla superficie. Teorema del Dini o di funzione implicita in due variabili (con dimostrazione). Teorema dei moltiplicatori di Lagrange in due o tre variabili (con dimostrazione). Teorema della funzione implicita in forma generale (senza dim) Teorema dei moltiplicatori di Lagrange in forma generale (senza dim). 4) Calcolo integrale: Definizione di Integrale di Riemann e misura di Peano. Prime proprietà dell'integrale. Integrazione su insiemi semplici. Proprietà degli integrali: monotonia e linearità rispetto all'integrando, additività e monotonia rispetto al dominio. Teorema della media (senza dim). Teorema di derivazione sotto il segno di integrale (senza dim). Integrali tripli: integrazione per strati e per fili. Volume dei solidi di rotazione. Cambi di variabile e invertibilità locale e globale di funzioni. Teorema di invertibilità locale (senza dimostrazione) Cambio di variabile negli integrali doppi e tripli. 5) Calcolo integrale su curve e superfici: Lunghezza di una curva. Invarianza della lunghezza per cambio di parametrizzazione. Definizione di integrale curvilineo. Invarianza dell'integrale per cambio di parametrizzazione Definizione di area di una superficie. Teorema: l'integrale di superficie non dipende dalla parametrizzazione. Area di una superficie parametrizzata come grafico e di superfici di rotazione. Definizione di integrale di superficie. Teorema: l'integrale di superficie non dipende dalla parametrizzazione (senza dim). Rapporto tra integrali di superficie e integrale doppi. 6) Teoria dei campi: Definizione di campo vettoriale e di lavoro di un campo vettoriale lungo una cammino. Campi conservativi e potenziale di un campo. Lavoro in un campo conservativo. Operatori differenziali su campi di vettori: rotore e divergenza. Campi irrotazionali. Richiami di topologia: insiemi connessi e semplicemente connessi, stellati, contrattili. Campi irrotazionali su insiemi semplicemente connessi. Ricerca dei potenziali per un campo. Criteri per capire se un campo irrotazionale è anche conservativo. Teorema di Gauss Green per campi irrotazionali.1 forme e campi vettoriali. Teorema di Gauss Green. Dimostrazione del teorema in un caso semplice. Superfici orientabili e orientazione di una superficie e del suo bordo. Teorema di Stokes (senza dimostrazione). Rapporto tra teorema di Stokes e teorema di Gauss-Green.Flusso di un campo attraverso una superficie. Teorema della divergenza o di Gauss. Dimostrazione (in un caso semplice) del teorema di Gauss. 7) Equazioni differenziali: Equazioni differenziali: definizione e primi esempi. Teorema di esistenza e unicità locale (con dimostrazione). Equazioni lineari: spazio vettoriale delle soluzioni dell'omogenea e affine delle soluzioni di un'equazione non omogenea. Equazioni lineari di ordine 2 a coefficienti costanti. Equazioni lineari a coefficienti costanti con risonanza. Equazioni lineari del primo ordine a coefficienti non costanti: formula risolutiva. Equazioni a variabili separabili. Teorema di esistenza globale delle soluzioni (con dimostrazione).

Bibliografia e materiale didattico

Emilio Acerbi, Giuseppe Buttazzo: Analisi matematica ABC. 1-Funzioni di una variabile.
Bramanti Pagani Salsa, Analisi I Zanichelli
Giusti, Analisi II

Indicazioni per non frequentanti

Consultare la pagina web del corso dove potete trovare il registro dlle lezioni (che viene aggiornato regolarmente) il materiale didattico e i compiti degli appelli precedenti.

Modalità d'esame

Esame scritto e esame orale
Per accedere alla prova orale occorre aver superato la prova scritta. L'esame scritto consiste nella soluzione di esercizi su studio di funzione e problemi di massimo e minimo; cacolo di limiti e integrali; studio di serie numeriche; risoluzione di equazioni differenziali; problemi sui campi di vettori.
La prova orale richiede che lo studente dimostri anche di aver compreso e assimilato definizioni, enunciati e dimostrazioni presentati nel corso e che lo studente sappia fornire esempi di situazioni specifiche.
La prova scritta influisce sul voto finale per il 70% e la prova orale per il 30%.

Valutazione delle prove: l'esame scritto incide per il 70% e l'esame orale per il 30% sul voto finale.
L'esame scritto e' composto da vari questiti, ognuno dei quali riporta a fianco il relativo punteggio.

Altri riferimenti web

https://elearn.ing.unipi.it/course/view.php?id=820
https://elearn.ing.unipi.it/course/view.php?id=971

Ultimo aggiornamento 20/08/2021 15:30