



# UNIVERSITÀ DI PISA

## GEOMETRIA E ALGEBRA LINEARE

FILIPPO GIANLUCA CALLEGARO

Academic year 2022/23  
Course FISICA  
Code 718AA  
Credits 12

| Modules                     | Area   | Type    | Hours | Teacher(s)                                    |
|-----------------------------|--------|---------|-------|-----------------------------------------------|
| GEOMETRIA E ALGEBRA LINEARE | MAT/03 | LEZIONI | 96    | FILIPPO GIANLUCA CALLEGARO<br>FILIPPO DISANTO |

### Obiettivi di apprendimento

#### Conoscenze

Lo studente avrà acquisito le conoscenze base della teoria degli spazi vettoriali e delle applicazioni lineari, che sono di fondamento per quasi tutti i corsi successivi (sia matematici che fisici).

#### Modalità di verifica delle conoscenze

esame scritto e orale, prove in itinere, ricevimenti personalizzati.

#### Capacità

al termine del corso lo studente sarà in grado di manipolare e usare gli strumenti base che verranno poi applicati in seguito

#### Modalità di verifica delle capacità

domande e interventi in aula, proposizione di esercizi da risolvere

#### Comportamenti

lo studente acquisirà la capacità di astrazione e di modellizzazione tipiche delle materie scientifiche

#### Modalità di verifica dei comportamenti

domande dirette in aula con verifica della capacità di soluzione di problemi

#### Prerequisiti (conoscenze iniziali)

capacità di ragionamento e deduzione logica: può essere d'aiuto aver studiato Geometria euclidea e geometria analitica nelle scuole superiori.

#### Indicazioni metodologiche

corsi frontali, si usano delle note (reperibili on line) scritte dal docente.

#### Programma (contenuti dell'insegnamento)

- Vettori geometrici: somma, prodotto esterno, prodotto scalare, prodotto vettoriale, prodotto misto e scrittura in coordinate; applicazioni (distanze, angoli, aree, volumi); equazioni cartesiane e parametriche di rette e piani nello spazio.
- Assiomi di campo e di spazio vettoriale. Numeri complessi. Sottospazi, combinazioni lineari, span. Lineare indipendenza. Caratterizzazione delle basi. Ogni spazio vettoriale ha base (dimostrazione nel caso finitamente generato). Algoritmo di scambio, dimensione di uno spazio vettoriale. Somme e somme dirette. Formula di Grassmann.
- Teoria dei sistemi lineari (teorema di Roche'-Capelli, algoritmo di Gauss, rango, rango per righe=rango per colonne).
- Applicazioni lineari: nucleo, immagine, formula delle dimensioni, matrice associata. Composizione e prodotto righe per colonne. Formula del cambiamento di base (caso generale e caso della similitudine per endomorfismi). SD equivalenza. Invarianti per similitudine.
- Determinante: assiomi, gruppo simmetrico (segno di una permutazione), formula del determinante, sviluppo per righe e per colonne, matrice inversa. Teorema di Binet.



## UNIVERSITÀ DI PISA

- Autovalori e autovettori: polinomio caratteristico, molteplicità algebrica e geometrica, caso reale, diagonalizzabilità, criteri di diagonalizzabilità. Indipendenza di autovettori relativi ad autovalori distinti. Polinomio minimo, caso diagonalizzabile, teorema di Hamilton-Cayley. Sottospazi invarianti, caso diagonalizzabile, criterio di diagonalizzabilità simultanea. Triangolarizzabilità.

- Prodotti scalari: matrice associata a un prodotto scalare. Formula di cambiamento di base (congruenza). Sottospazio radicale. Formula della dimensione dell'ortogonale di un sottospazio. Teorema di Lagrange e Gram-Schmidt. Teorema di Sylvester reale e complesso, segnatura. Vettori e sottospazi isotropi. Prodotti hermitiani. Operatori simmetrici ed hermitiani. Operatori ortogonali ed unitari. Teorema spettrale. Triangolarizzazione con matrici unitarie. Matrici normali (applicazione al teorema spettrale).

### Bibliografia e materiale didattico

Prevalentemente note scritte del docente.

Testi di consultazione: Lang, Algebra lineare; Abate, de Fabritiis, Geometria analitica con elementi di algebra lineare.

### Indicazioni per non frequentanti

non ci sono variazioni

### Modalità d'esame

Scritto e orale.

### Pagina web del corso

<https://elearning.df.unipi.it/>

Ultimo aggiornamento 02/08/2022 17:56