UNIVERSITÀ DI PISA

GEOMETRIA 1

MARIO SALVETTI

Anno accademico	2022/23
CdS	MATEMATICA
Codice	614AA
CFU	15

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
GEOMETRIA 1	MAT/03	LEZIONI	120	SANDRO MANFREDINI MARIO SALVETTI

Obiettivi di apprendimento

Conoscenze
Lo studente avrà acquisito le conoscenze base della teoria degli spazi vettoriali e delle applicazioni lineari, con alcune applicazioni geometriche fondamentali di base, che sono di fondamento per quasi tutti i corsi successivi.

Modalità di verifica delle conoscenze
esame scritto e orale, prove in itinere, ricevimenti personalizzati.

Capacità
al termine del corso lo studente sarà in grado di manipolare e usare gli strumenti base che verranno poi applicarti in seguito

Modalità di verifica delle capacità
domande e interventi in aula, proposizione di esercizi da risolvere

Comportamenti
lo studente acquisirà la capacità di astrazione e di modellizzazione tipiche delle materie scientifiche

Modalità di verifica dei comportamenti
domande dirette in aula con verifica della capacità di soluxione di problemi

Prerequisiti (conoscenze iniziali)
capacita' di ragionamento e deduzione logica: puo' essere d'aiuto aver studiato Geometria euclidea e geometria analitica nelle scuole superiori.

Prerequisiti per studi successivi
e' un insegnamento di base per tutte le materie che vengono studiate a Matematica

Indicazioni metodologiche
corsi frontali, si usano delle note (reperibili on line) scritte dai docenti.

Programma (contenuti dell'insegnamento)
A grandi linee (con possibili variazioni minori):
- Vettori geometrici: somma, prodotto esterno, prodotto scalare, prodotto vettoriale, prodotto misto e scrittura in coordinate; applicazioni (distanze, angoli, aree, volumi); equazioni cartesiane e parametriche di rette e piani nello spazio.
- Assiomi di campo e di spazio vettoriale. Numeri complessi. Sottospazi, combinazioni lineari, span. Lineare indipendenza. Caratterizzazione delle basi. Ogni spazio vettoriale ha base (dimostrazione nel caso finitamente generato). Algoritmo di scambio, dimensione di uno spazio vettoriale. Somme e somme dirette. Formula di Grassmann.
- Teoria dei sistemi lineari (teorema di Roche'-Capelli, algoritmo di Gauss, rango, rango per righe=rango per colonne).

- Applicazioni lineari: nucleo, immagine, formula delle dimensioni, matrice associata. Composizione e prodotto righe per colonne. Formula del cambiamento di base (caso generale e caso della similitudine per endomorfismi). SD equivalenza. Invarianti per similitudine.
- Determinante: assiomi, gruppo simmetrico (segno di una permutazione), formula del determinante, sviluppo per righe e per colonne, matrice inversa. Teorema di Binet.
- Autovalori e autovettori: polinomio caratteristico, molteplicita' algebrica e geometrica, caso reale, diagonalizzabilita', criteri di diagonalizzabilita'. Indipendenza di autovettori relativi ad autovalori distinti. Polinomio minimo, caso diagonalizzabile, teorema di Hamilton-Cayley. Sottospazi invarianti, caso diagonalizzabile, criterio di diagonalizzabilita' simultanea. Triangolarizzabilita'. Forma canonica di Jordan.
- Prodotti scalari: matrice associata a un prodotto scalare. Formula di cambiamento di base (congruenza). Sottospazio radicale. Formula della dimensione dell'ortogonale di un sottospazio. Teorema di Lagrange e Gram-Schmidt. Teorema di Sylvester reale e complesso, segnatura. Vettori e sottospazi isotropi. Prodotti hermitiani. Operatori simmetrici ed hermitiani. Operatori ortogonali ed unitari. Teorema di Riesz, operatore trasposto e aggiunto. Teorema spettrale. Triangolarizzazione con matrici unitarie. Matrici e operatori normali.
- Spazi affini. Classificazione affine e isometrica delle quadriche.

Bibliografia e materiale didattico
Prevalentemente note scritte dei docenti.
Diversi libri sono consultabili, anche se non verranno seguiti come libri di testo
(autori: Lang, Sernesi, Ciliberto, Abate)

Indicazioni per non frequentanti
non ci sono variazioni

Modalità d'esame
Scritto e orale.

Pagina web del corso
https://elearning.dm.unipi.it/course/view.php?id=376

Altri riferimenti web
http://people.dm.unipi.it/salvetti/GeometriaI/indice3.html

Note
-

Ultimo aggiornamento 23/09/2022 16:18