



UNIVERSITÀ DI PISA

TEORIA ERGODICA

GIANLUIGI DEL MAGNO

Anno accademico	2022/23
CdS	MATEMATICA
Codice	224AA
CFU	6

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
TEORIA ERGODICA	MAT/05,MAT/07	LEZIONI	42	GIANLUIGI DEL MAGNO PAOLO GIULIETTI

Obiettivi di apprendimento

Conoscenze

Il corso è un'introduzione alla teoria ergodica. Lo studente imparerà i concetti e le tecniche fondamentali della teoria ergodica, che aiutano ad analizzare i sistemi dinamici in matematica e in altre discipline scientifiche. La teoria ergodica è la disciplina matematica che si occupa di sistemi dinamici dotati di misure invarianti. Un sistema dinamico (discreto) è una trasformazione $f : M \rightarrow M$ in uno spazio misurabile M . Pensiamo a M come allo spazio di tutti i possibili stati di un dato sistema e a f come alla legge di evoluzione del sistema. Se l'elemento x in M è lo stato iniziale del sistema, allora $f(x)$ è lo stato del sistema dopo l'unità di tempo. Supponiamo sempre che f sia misurabile e lasci invariante una misura definita su M .

Modalità di verifica delle conoscenze

1. Presentazione orale (seminario) di una tesina finale scritta su un argomento di teoria ergodica scelto dallo studente e approvato dai docenti
2. Problemi assegnati periodicamente

Capacità

Lo studente avrà una conoscenza dettagliata di una serie di esempi fondamentali nella teoria ergodica e capirà le prove dei teoremi fondamentali.

Modalità di verifica delle capacità

- Discussione di concetti e problemi a lezioni e durante i ricevimenti
- Esercizi assegnati periodicamente

Comportamenti

Lo studente sarà in grado di applicare concetti e metodi di base della teoria ergodica allo studio dei sistemi dinamici in matematica e in altre discipline scientifiche.

Modalità di verifica dei comportamenti

Discussione di concetti e problemi a lezioni e durante i ricevimenti.

Prerequisiti (conoscenze iniziali)

Analisi reale, nozioni di base della teoria della misura e analisi funzionale

Programma (contenuti dell'insegnamento)

Gli argomenti trattati nel corso sono i seguenti:

1. Ricorrenza: misure invarianti, teorema di ricorrenza di Poincaré, esempi
2. Esistenza di misure invarianti: topologia debole*, teorema di Krylov-Bogoliubov
3. Teoremi ergodici: teorema ergodico di von Neumann, teorema ergodico di Birkhoff, teorema ergodico subadditivo
4. Ergodità: sistemi ergodici, esempi, proprietà delle misure ergodiche, decomposizione ergodica



UNIVERSITÀ DI PISA

5. Ergodicità unica: ergodicità unica, minimalità, misura di Haar
6. Mixing: mixing, Markov shifts
7. Sistemi equivalenti: equivalenza ergodica, equivalenza spettrale
8. Entropia: entropia metrica, teorema di Kolmogorov-Sinai, entropia locale, esempi
9. Mappe espansive: esistenza di misure invarianti assolutamente continue

Bibliografia e materiale didattico

1. M. Viana and K. Oliveira, Foundations of Ergodic Theory, Cambridge University Press, 2016
2. P. Walters, An introduction to ergodic theory, Springer, 1982

Modalità d'esame

1. Tesina finale scritta su un argomento scelto dallo studente
2. Presentazione orale della tesina
3. Risoluzione di problemi

Ultimo aggiornamento 25/08/2022 11:03