



## UNIVERSITÀ DI PISA

### MODELLI MATEMATICI AMBIENTALI

GIANDOMENICO MASTROENI

Anno accademico 2022/23  
CdS SCIENZE AMBIENTALI  
Codice 587AA  
CFU 12

| Moduli                     | Settore/i     | Tipo    | Ore | Docente/i                   |
|----------------------------|---------------|---------|-----|-----------------------------|
| ABILITA' INFORMATICHE      | NN            | LEZIONI | 24  | FEDERICO GIOVANNI<br>POLONI |
| MODELLISTICA<br>AMBIENTALE | MAT/09,MAT/05 | LEZIONI | 72  | GIANDOMENICO<br>MASTROENI   |

#### Obiettivi di apprendimento

##### Conoscenze

Fornire gli strumenti concettuali e tecnici per l'analisi di problemi ambientali.  
Fornire gli strumenti informatici per simulare al calcolatore i modelli visti negli altri moduli e visualizzare i risultati.

##### Modalità di verifica delle conoscenze

Esame scritto ed orale

##### Capacità

Saper costruire modelli matematici da utilizzare come strumento di conoscenza e di supporto alle decisioni.  
Saper utilizzare Matlab per effettuare semplici calcoli di algebra lineare, risolvere problemi di programmazione lineare, simulare il comportamento di modelli basati su equazioni differenziali, e visualizzare i risultati di tali simulazioni.

##### Modalità di verifica delle capacità

Prova scritta, orale e pratica nella quale si richiede la risoluzione di un modello tramite il programma Matlab.

##### Modalità di verifica dei comportamenti

Esame scritto e orale. L'esame si considera superato se lo studente dimostra di essere in possesso delle capacità sopra elencate.

##### Prerequisiti (conoscenze iniziali)

Strumenti di metodo e di calcolo base della geometria analitica, dell'algebra lineare e dell'analisi matematica di una variabile. In particolare: tutti i contenuti del corso di matematica del primo anno della laurea triennale.

##### Indicazioni metodologiche

Lezioni frontali, laboratorio informatico, e-learning con videolezioni per il terzo modulo su competenze informatiche.

##### Programma (contenuti dell'insegnamento)

Primo modulo (Nozioni preliminari di Analisi Matematica - 3 cfu):

- 1) Richiami sulle funzioni trigonometriche, esponenziali, logaritmiche e sul calcolo matriciale. Richiami sul calcolo degli integrali di funzioni di una variabile: integrazione per parti e cambiamento di variabile.
- 2) Funzioni di più variabili: norma euclidea, prodotto scalare, derivate parziali, derivate direzionali, differenziabilità, continuità, teorema del differenziale totale. Derivate successive: teorema di Schwarz, funzioni di classe  $C^k$ . Matrice Hessiana. Cenni sugli sviluppi in serie di Taylor e di Fourier.
- 3) Massimi e minimi relativi per funzioni di più variabili, punti stazionari, condizioni necessarie e sufficienti di ottimalità. Funzioni vettoriali di una variabile: generalità, continuità, derivabilità, regole di derivazione. Massimi e minimi vincolati: punti stazionari vincolati, metodo dei moltiplicatori di Lagrange.



## UNIVERSITÀ DI PISA

4) Equazioni differenziali. Equazioni differenziali lineari. Equazioni differenziali del primo ordine a variabili separabili. Punti di equilibrio di un'equazione differenziale autonoma, stabilità dei punti di equilibrio. Equazioni differenziali lineari del secondo ordine. Equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti omogenee e non omogenee. Sistemi di equazioni differenziali lineari e non lineari. Discretizzazione di un sistema di equazione differenziali. Sistemi dinamici. Stabilità dei punti di equilibrio di un sistema dinamico.

Secondo modulo (Modellistica Ambientale - 6 cfu):

- 1) Problemi e modelli. Relazioni esistenti fra i modelli e la realtà. Considerazioni sui linguaggi utilizzabili per descrivere i modelli. Modelli matematici. Concetti introduttivi sulla struttura dei modelli e sulla simulazione.
- 2) Modelli basati sulla programmazione lineare. Fondamenti di programmazione lineare. Algoritmo del simplesso.
- 3) Programmazione lineare su grafi. Problemi di flusso su reti. Algoritmi risolutivi per problemi di programmazione lineare su grafi: il problema dell'albero dei cammini minimi, il problema del flusso massimo su una rete.
- 4) Modelli dinamici: modelli a tempo discreto e a tempo continuo. Formalizzazione di un modello continuo mediante equazioni differenziali. Un modello di crescita di una popolazione con tasso di natalità e mortalità costante. Modelli di crescita di una popolazione con tasso di natalità e mortalità dipendenti dal tempo. Un modello di crescita di una popolazione in presenza di risorse limitate con tasso di crescita dipendente dalla popolazione. La funzione logistica. Punti di equilibrio stabile e asintoticamente stabile. Estensioni dell'analisi: la funzione logistica in presenza di un ulteriore tasso di mortalità costante.
- 5) Dinamiche di crescita di due popolazioni. Modelli a due popolazioni basati su un sistema dinamico. Definizione e analisi della stabilità dei punti di equilibrio. I modelli preda-predatore di Lotka-Volterra: studio delle interazioni tra popolazioni di animali e/o di vegetazione coesistenti o in competizione fra di loro. Il modello preda-predatore nella variante di Samuelson.
- 6) Analisi di modelli per la descrizione di fenomeni quali la diffusione di inquinanti e la diffusione di epidemie.
- 7) Catene di Markov finite. Equazioni di Chapman-Kolmogorov. Proprietà asintotiche delle catene di Markov.

Terzo modulo ( Laboratorio - 3 cfu)

- 1) Sintassi base di Matlab: variabili, script, funzioni; istruzioni if, while, for.
- 2) Funzioni di gestione di vettori e matrici: indicizzazione con l'operatore "due punti", length, size, concatenazione di vettori e matrici.
- 3) Funzioni di algebra lineare: prodotti matrici e vettore, soluzione di sistemi lineari con l'operatore backslash, autovalori con eig().
- 4) Soluzione di equazioni differenziali e sistemi (problemi ai valori iniziali), tra cui i modelli visti nella seconda parte del corso, con il metodo di Eulero esplicito e con ode45. Grafici quantità/tempo e grafici delle fasi per sistemi 2D.

### Modalità d'esame

Esame scritto orale con prova pratica di laboratorio.

### Altri riferimenti web

<http://pages.di.unipi.it/mastroeni/#mod> (appunti, testi d'esame)

Piattaforma Microsoft Teams 587AA

Ultimo aggiornamento 31/07/2022 09:16