



UNIVERSITÀ DI PISA

GEOMETRIA 1

MARIO SALVETTI

Academic year 2023/24
Course MATEMATICA
Code 614AA
Credits 15

Modules	Area	Type	Hours	Teacher(s)
GEOMETRIA 1	MAT/03	LEZIONI	120	SANDRO MANFREDINI MARIO SALVETTI

Obiettivi di apprendimento

Conoscenze

Lo studente avrà acquisito le conoscenze base della teoria degli spazi vettoriali e delle applicazioni lineari, con alcune applicazioni geometriche fondamentali di base, che sono di fondamento per quasi tutti i corsi successivi.

Modalità di verifica delle conoscenze

esame scritto e orale, prove in itinere, ricevimenti personalizzati.

Capacità

al termine del corso lo studente sarà in grado di manipolare e usare gli strumenti base che verranno poi applicati in seguito

Modalità di verifica delle capacità

domande e interventi in aula, proposizione di esercizi da risolvere

Comportamenti

lo studente acquisirà la capacità di astrazione e di modellizzazione tipiche delle materie scientifiche

Modalità di verifica dei comportamenti

domande dirette in aula con verifica della capacità di soluzione di problemi

Prerequisiti (conoscenze iniziali)

capacità di ragionamento e deduzione logica: può essere d'aiuto aver studiato Geometria euclidea e geometria analitica nelle scuole superiori.

Indicazioni metodologiche

corsi frontali, si usano delle note (reperibili on line) scritte dai docenti.

Programma (contenuti dell'insegnamento)

A grandi linee (con possibili variazioni minori):

- Vettori geometrici: somma, prodotto esterno, prodotto scalare, prodotto vettoriale, prodotto misto e scrittura in coordinate; applicazioni (distanze, angoli, aree, volumi); equazioni cartesiane e parametriche di rette e piani nello spazio.
- Assiomi di campo e di spazio vettoriale. Numeri complessi. Sottospazi, combinazioni lineari, span. Lineare indipendenza. Caratterizzazione delle basi. Ogni spazio vettoriale ha base (dimostrazione nel caso finitamente generato). Algoritmo di scambio, dimensione di uno spazio vettoriale. Somme e somme dirette. Formula di Grassmann.
- Teoria dei sistemi lineari (teorema di Roche'-Capelli, algoritmo di Gauss, rango, rango per righe=rango per colonne).
- Applicazioni lineari: nucleo, immagine, formula delle dimensioni, matrice associata. Composizione e prodotto righe per colonne. Formula del cambiamento di base (caso generale e caso della similitudine per endomorfismi). SD equivalenza. Invarianti per similitudine.
- Determinante: assiomi, gruppo simmetrico (segno di una permutazione), formula del determinante, sviluppo per righe e per colonne, matrice inversa. Teorema di Binet.



UNIVERSITÀ DI PISA

- Autovalori e autovettori: polinomio caratteristico, molteplicità algebrica e geometrica, caso reale, diagonalizzabilità, criteri di diagonalizzabilità. Indipendenza di autovettori relativi ad autovalori distinti. Polinomio minimo, caso diagonalizzabile, teorema di Hamilton-Cayley. Sottospazi invarianti, caso diagonalizzabile, criterio di diagonalizzabilità simultanea. Triangolarizzabilità. Forma canonica di Jordan.

- Prodotti scalari: matrice associata a un prodotto scalare. Formula di cambiamento di base (congruenza). Sottospazio radicale. Formula della dimensione dell'ortogonale di un sottospazio. Teorema di Lagrange e Gram-Schmidt. Teorema di Sylvester reale e complesso, segnatura. Vettori e sottospazi isotropi. Prodotti hermitiani. Operatori simmetrici ed hermitiani. Operatori ortogonali ed unitari. Teorema di Riesz, operatore trasposto e aggiunto. Teorema spettrale. Triangolarizzazione con matrici unitarie. Matrici e operatori normali.

- Azioni di gruppo. Spazi affini. Classificazione affine e isometrica delle quadriche.

Bibliografia e materiale didattico

Prevalentemente note scritte dei docenti.

Sito e-learning del corso che raccoglie le lezioni e le esercitazioni.

Diversi libri sono consultabili, anche se non verranno seguiti come libri di testo (autori: Lang, Sernesi, Ciliberto, Abate)

Indicazioni per non frequentanti

non ci sono variazioni

Modalità d'esame

Scritto e orale.

Altri riferimenti web

<http://people.dm.unipi.it/salvetti/Geometria/indice3.html>

Note

-

Ultimo aggiornamento 12/12/2023 10:00