



# UNIVERSITÀ DI PISA

---

## ULTRAFILTRI E METODI NONSTANDARD

### MAURO DI NASSO

Anno accademico	2023/24
CdS	MATEMATICA
Codice	230AA
CFU	6

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
ULTRAFILTRI E METODI NONSTANDARD/a	MAT/01	LEZIONI	42	MAURO DI NASSO

#### Obiettivi di apprendimento

##### *Conoscenze*

Lo studente che completerà con successo il corso conoscerà i risultati fondamentali della teoria aritmetica di Ramsey e una selezione rappresentativa dei risultati più rilevanti nell'ambito della combinatoria dei numeri interi che studia proprietà che dipendono dalla densità asintotica. Inoltre, conoscerà le nozioni di base dell'analisi non standard e dell'algebra sugli ultrafiltri, e sarà in grado di applicarle per affrontare problemi in combinatoria dei numeri. Infine, lo studente conoscerà alcuni dei problemi aperti più rilevanti nell'ambito della teoria aritmetica di Ramsey e della combinatoria infinita degli interi.

##### *Modalità di verifica delle conoscenze*

Per l'accertamento delle conoscenze, durante il corso saranno assegnati esercizi. Gli studenti invieranno le soluzioni per email al docente. Alcuni esercizi particolarmente rilevanti saranno discussi a lezione con la partecipazione degli studenti.

##### *Capacità*

Al termine del corso:

- lo studente sarà in grado di applicare i metodi fondamentali dell'analisi nonstandard nella struttura discreta degli interi.
- lo studente saprà utilizzare l'algebra dello spazio degli ultrafiltri su  $\mathbb{N}$  per affrontare problemi di teoria di Ramsey dei numeri.

##### *Modalità di verifica delle capacità*

Soluzione di problemi assegnati durante il corso.

##### *Comportamenti*

Al termine del corso:

- lo studente sarà in grado di applicare i metodi fondamentali dell'analisi nonstandard nella struttura discreta degli interi.
- lo studente saprà utilizzare l'algebra dello spazio degli ultrafiltri su  $\mathbb{N}$  per affrontare problemi di teoria di Ramsey dei numeri.

##### *Modalità di verifica dei comportamenti*

Soluzione di problemi assegnati durante il corso.

##### *Prerequisiti (conoscenze iniziali)*

Nessun particolare pre-requisito, oltre alle nozioni generali di base fornite dal primo biennio del corso di studi in Matematica.

##### *Corequisiti*

Nessun corequisito.

##### *Prerequisiti per studi successivi*

Questo insegnamento non costituisce un requisito per corsi successivi.



## UNIVERSITÀ DI PISA

---

### Indicazioni metodologiche

Lezioni frontali, seminari degli studenti. La frequenza e' fortemente raccomandata.

### Programma (contenuti dell'insegnamento)

Ultrafiltri e algebra nello spazio degli ultrafiltri. Teorema di Ramsey, Teorema di Hindman, Teorema di van der Waerden, Teorema di Rado e loro conseguenze. Metodi nonstandard: i numeri iperreali e ipernaturali. Teorema di Jin. Dinamica topologica discreta in combinatoria e teoria di Ramsey, e connessioni con i metodi nonstandard e l'algebra degli ultrafiltri. Selezione di argomenti alla frontiera della ricerca da concordare con gli studenti.

### Bibliografia e materiale didattico

Mac Cutcheon, *Elemental Methods in Ergodic Ramsey Theory*

Hindman-Strauss, *Algebra in the Stone-Cech compactification*

Di Nasso-Goldblatt-Lupini, *Nonstandard methods in Ramsey Theory and Combinatorial Number Theory*

Dispense del docente.

### Modalità d'esame

Modalità:

- Soluzione di esercizi assegnati durante il corso.
- Seminario finale su argomento concordato col docente.
- Esame orale finale.

Maggiore sarà il numero di esercizi risolti correttamente dallo studente durante il corso su ciascuna delle parti fondamentali del programma, minore sarà la quantità di domande e l'approfondimento della prova orale finale.

### Pagina web del corso

<https://people.dm.unipi.it/dinasso/ultra-23.html>

*Ultimo aggiornamento 04/08/2023 09:11*