UNIVERSITÀ DI PISA

TEORIA ALGEBRICA DEI NUMERI 2

ILARIA DEL CORSO

Anno accademico	2023/24
CdS	MATEMATICA
Codice	202AA
CFU	6

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
TEORIA ALGEBRICA DEI NUMERI 2/a	MAT/02	LEZIONI	42	ANDREA BANDINI ILARIA DEL CORSO

Obiettivi di apprendimento

Conoscenze
Conoscenze della teoria e degli esempi principali sui campi locali.

Modalità di verifica delle conoscenze
Esame orale.

Capacità
Capacità di collegare tr loro i vari argomenti. Applicare i risultati teorici alla risoluzione di problemi e alla costruzione di esempi.

Modalità di verifica delle capacità
Sui testi indicati in bibliografia sono disponibili esercizi sugli argomenti svolti, tramite tali esercizi e confrontandosi con i docenti ed i colleghi, lo studente sarà in grado di verificare il proprio livello di comprensione prima dell'esame orale finale.

Comportamenti
Seguire le lezioni e completare la preparazione con studio individuale e/o in gruppo durante tutto il semestre.

Modalità di verifica dei comportamenti
Nessuna.

Prerequisiti (conoscenze iniziali)
Algebra dei corsi triennali, topologia e contenuti del corso di Teoria Algebrica dei Numeri 1.

Indicazioni metodologiche
Le lezioni sono frontali. Per imparare la materia si richiede:

- frequenza delle lezioni
- studio individuale della teoria e risoluzione di esercizi
- lavoro di gruppo (teoria ed esercizi)

La frequenza non è obbligatoria ma fortemente consigliata.

Programma (contenuti dell'insegnamento)
Valori assoluti in un campo: dipendenza fra valori assoluti e topologia indotta. Teorema di Ostrowski.

I numeri p-adici: definizione, struttura additiva e struttura moltiplicativa.Completamento di un campo di numeri rispetto ai suoi valori assoluti. Estensioni di valori assoluti ad estensioni algebriche. Gradi locali, norma e traccia locali. Teorema di approssimazione simultanea. Lemma di Krasner.

Estensioni di campi p-adici: classificazione delle estensioni non ramificate e delle estensioni debolmente ramificate e loro sottogruppi normici.

UNIVERSITÀ DI PISA

Dualità di moduli rispetto alla traccia. Il differente di un'estensione. Estensioni monogeniche, moltiplicatività del differente nelle torri di estensioni, proprietà locali del differente. Dicriminante di un'estensione. Relazioni fra differente, discriminante e ramificazione. Relazioni fra la fattorizzazione dei
primi nelle estensioni dei campi di numeri e la fattorizzazione di polinomi sui campi locali.

Estensioni di Galois. Gruppi di decomposizione e gruppi di Galois locali. Conseguenze del teorema di Cebotarev. Gruppi di Galois delle estensioni locali debolmente ramificate. Gruppi di ramificazione:
struttura della catena dei gruppi di ramificazione, risolubilità delle estensioni locali finite, salti nei gruppi di ramificazione.
Il corso si concludera con la trattazione di uno o due argomenti avanzati scelti con gli studenti.

Bibliografia e materiale didattico

S. Lang, Algebraic Number Theory, 2nd Edition, Springer Verlag 1994.

J.W.S. Cassels and A. Fr\"ohlich (eds.), Algebraic Number Theory, Academic Press 1967.

J-P. Serre, Local fields, Springer Verlag 1979.

J. Neukirch, Class field theory, Springer Verlag 1986.

W. Narkiewicz, Elementary and Analytic Theory of Algebraic Numbers, Springer 2004.

Indicazioni per non frequentanti

Fare riferimento al registro delle lezioni, alla pagina web e al programma.

Modalità d'esame

Esame orale.

Ultimo aggiornamento 11/08/2023 10:34