UNIVERSITÀ DI PISA

GEOMETRIA E TOPOLOGIA DIFFERENZIALE

ROBERTO FRIGERIO

Anno accademico	2017/18
CdS	MATEMATICA
Codice	055AA
CFU	6

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
GEOMETRIA E TOPOLOGIA DIFFERENZIALE	MAT/03	LEZIONI	60	ROBERTO FRIGERIO

Obiettivi di apprendimento

Conoscenze
Lo studente dovrà maturare una solida conoscenza delle prime nozioni di geometria differenziale di curve e superfici, e delle nozioni fondamentali di topologia differenziale per varietà immerse. Dovrà inoltre conoscere i risultati fondamentali della teoria del grado in ogni dimensione e padroneggiarne alcune applicazioni (quali il teorema fondamentale dell'algebra, il teorema del punto fisso di Brower, il teorema di (non) pettinabilità delle sfere e il Teorema di Poincaré-Hopf).

Modalità di verifica delle conoscenze
Metodi:

- Esame scritto finale.
- Esame orale finale.

Nell'esame scritto lo studente dovrà dimostrare conoscere i risultati fondamentali sulla geometria delle curve e delle superfici nello spazio Euclideo. Durante l'esame orale, lo studente dovrà dimostrare di avere compreso a fondo gli elementi di topologia differenziale relativi alla teoria delle varietà di dimensione generica immerse nello spazio Euclideo, con particolare riferimento alla teoria del grado e alle sue applicazioni.

Capacità
Lo studente dovrà essere in grado di determinare curvatura e torsione di curve, e i vari tipi di curvatura delle superfici immerse nello spazio Euclideo. Inoltre, dovrà essere in grado di applicare il Teorema Egregium di Gauss ed il Teorema di Gauss-Bonnet a casi specifici. Infine, dovrà essere in grado di dimostrare tutti i risultati enunciati nel corso relativi alla teoria delle varietà e alla teoria del grado, e ad applicarli a casi specifici anche non trattati a lezione.

Modalità di verifica delle capacità
Metodi:

- Esame scritto finale.
- Esame orale finale.

Nell'esame scritto lo studente dovrà risolvere esercizi sulla geometria delle curve e delle superfici nello spazio Euclideo. mostrando di avere sviluppato le capacità sopra citate. Durante l'esame orale, lo studente dovrà dimostrare di avere compreso a fondo gli elementi di topologia differenziale relativi alla teoria delle varietà di dimensione generica immerse nello spazio Euclideo, con particolare riferimento alla teoria del grado e alle sue applicazioni; dovrà inoltre essere in grado di applicare tali risultati per risolvere brevi esercizi.

Comportamenti
Lo studente dovrà sviluppare la capacità di dialogare sui contenuti del corso sia con i propri compagni sia con il docente utilizzando un linguaggio adeguato alla materia, ovvero conciso, rigoroso ed espressivo.

Modalità di verifica dei comportamenti
L'esame orale sarà la sede privilegiata di verifica dei comportamenti sopra citati.

Prerequisiti (conoscenze iniziali)

Topologia generale. Elementi di topologia algebrica (gruppo fondamentale e rivestimenti). Calcolo in una e più variabili.

Indicazioni metodologiche

Metodo di insegnamento

- Lezioni frontali

Frequenza: consigliata

Programma (contenuti dell'insegnamento)

1. Curve: supporto, parametrizzazione, riparametrizzazione, lunghezza d'arco. Curve regolari e biregolari. Orientazione di spazi vettoriali e prodotto vettore. Riferimento di Frenét, curvatura, torsione. Teorema fondamentale delle curve.
2. Richiami su mappe lisce tra aperti di spazi Euclidei. Mappe lisce tra sottoinsiemi generici di spazi Euclidei. Cono e spazio tangente. Differenziale. Varietà, parametrizzazioni locali, carte, atlanti. Caratterizzazione locale di immersioni e sommersioni. Gruppi di Lie. Topologia di alcuni gruppi di matrici. Orientabilità (con particolare attenzione al caso delle ipersuperfici).
3. Teoria metrica delle superfici. I e II forma fondamentale, mappa di Gauss, curvature e direzioni principali, curvatura normale di curve, curvatura di Gauss. Locali isometrie e grandezze intrinseche. Simboli di Christoffel. Teorema Egregium. Campi lungo curve e derivata covariante. Geodetiche: definizione, esistenza e unicità locali. Teorema di Clairaut. Caratteristica di Eulero-Poincaré. Teorema di Gauss-Bonnet locale e globale.
4. Teoria del grado e applicazioni: Diffeomorfismi locali e rivestimenti. Teorema fondamentale dell'algebra. Classificazione delle 1-varietà. Lemma di Sard (senza dimostrazione). Omotopie e isotopia. Teorema di non retrazione. Teorema di Brower. Grado intero e grado modulo 2: definizione e proprietà. Pettinabilità delle sfere. Definizione di indice per zeri isolati di campi vettoriali. Lemma di Hopf. Fibrato normale e intorno tubolare. Teorema di Poincaré-Hopf.

Bibliografia e materiale didattico

M. P. Do Carmo, "Differential geometry of curves and surfaces"
T. Shifrin, "DIFFERENTIAL GEOMETRY: A First Course in Curves and Surfaces", available at http://alpha.math.uga.edu/~shifrin/ShifrinDiffGeo.pdf
J. Milnor, "Topology from the differentiable viewpoint"

Modalità d'esame

Per superare l'esame, ogni studente dovrà superare sia un esame scritto nel quale è richiesta la risoluzione di esercizi sulla geometria delle curve e delle superfici nello spazio Euclideo, sia un esame orale che verte sulla teoria generale delle varietà e sugli elementi di topologia differenziale trattati nel corso.

Pagina web del corso

http://people.dm.unipi.it/frigerio/dida.html

Ultimo aggiornamento 24/07/2017 11:44