UNIVERSITÀ DI PISA

ALGEBRA 2

ENRICO SBARRA

Anno accademico	2020/21
CdS	MATEMATICA
Codice	038AA
CFU	6

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
ALGEBRA 2	MAT/02	LEZIONI	60	ANDREA BANDINI ENRICO SBARRA

Obiettivi di apprendimento

Conoscenze
Alla fine del corso lo studente dovrà conoscere le strutture di base dell'algebra commutativa e le loro proprietà ed essere in grado di applicare tali conoscenze ai vari ambiti della matematica (per esempio alla geometria algebrica). Dovrà inoltre essere in grado di comprendere ed elaborare enunciati e dimostrazioni riguardanti gli specifici argomenti del corso.In particolare lo studente dovrà acquisire conoscenze di strumenti e metodologie riguardanti: ideali, successioni esatte, moduli, prodotti tensoriali, localizzazione, decomposizione primaria, anelli e moduli noetheriani e artiniani, basi di Gröbner e calcolo su anelli di polinomi.

Modalità di verifica delle conoscenze
I metodi di verifica sono:

- esame finale scritto
- esame finale orale
- prove scritte in itinere
- esercizi disponibili sul sito dei docenti

Capacità
Lo studente dovrà essere in grado di comprendere e di elaborare le dimostrazioni dei teoremi trattati durante il corso e dedurre altre proprietà che dipendono da tali teoremi. Inoltre, dovrà essere in grado di risolvere in maniera rigorosa esercizi sugli argomenti trattati a lezione, applicando in maniera adeguata metodi e teoremi presentati durante il corso.

Modalità di verifica delle capacità
Sui testi indicati in bibliografia e sui siti dei docenti sono disponibili esercizi sugli argomenti svolti, tramite tali esercizi e confrontandosi con i docenti ed i colleghi, lo studente sarà in grado di verificare il proprio livello di comprensione.

Comportamenti
Lo studente sarà in grado di trattare in maniera rigorosa i concetti presentati nel corso e di risolvere esercizi e problemi non banali ad essi collegati. In particolare avrà acquisito un punto di vista più geometrico sulla materia in preparazione per un futuro corso di geometria algebrica, ed una maggiore attenzione a metodi costruttivi che possano essere implementati in algoritmi in preparazione ad eventuali corsi di algebra computazionale.

Modalità di verifica dei comportamenti
Lo studente verificherà la propria comprensione degli argomenti del corso e la propria abilità nella risoluzione degli esercizi discutendone con i docenti e i colleghi e confrontando le proprie soluzioni con quelle degli altri.

Prerequisiti (conoscenze iniziali)
Una buona conoscenza dell'aritmetica e delle strutture di base dell'algebra (gruppi e campi). In particolare, aver sostenuto con successo gli esami di Aritmetica e Algebra 1.

Indicazioni metodologiche
Le lezioni sono frontali. Per imparare la materia si richiede:

- frequenza delle lezioni frontali
- studio individuale
- lavoro di gruppo

La frequenza non è obbligatoria ma fortemente consigliata.

Programma (contenuti dell'insegnamento)

Anelli commutativi: anelli commutativi con unità, ideali, ideali primi e massimali, nilpotenti, anelli quoziente. Omomorfismi e teoremi di omomorfismo. Teorema cinese del resto. Anelli PID and UFD, anelli locali. Anelli di polinomi, spettro di un anello, varietà affini, Hilbert Nullstellensatz.

Moduli: moduli e sottomoduli, moduli finitamente generati, Lemma di Nakayama. Omomorfismi di A-moduli, teoremi di omomorfismo, prodotti diretti e prodotti tensoriali, moduli proiettivi e moduli piatti. Successioni esatte, proprietà dei funtori Hom. Moduli liberi, moduli di torsione, moduli finitamente generati su PID.

Localizzazione: sistemi moltiplicativi, anelli delle frazioni, corrispondenze tra ideali di A e S^{-1}A. Proprietà del funtore S^{-1}, proprietà locali, localizzazione in un primo.

Anelli noetheriani: anelli noetheriani ed artiniani, moduli noetheriani ed artiniani. Ideali primari ed irriducibili, decomposizione primaria in anelli noetheriani.

Basi di Gröbner: ideali monomiali, ordinamenti monomiali, ideali iniziali, S-polinomi e algoritmo di Buchberger. Basi di Gröbner minimali e ridotte. Applicazioni al calcolo di ideali e relazioni con le proprietà delle varietà algebriche affini.

Bibliografia e materiale didattico

Sono disponibili dispense con teoria ed esercizi sul sito del docente. Non viene seguito un unico libro di testo, gli argomenti trattati nel corso sono presenti in numerosi libri sull'Algebra Commutativa. Per esempio:

M. Artin "Algebra" (2nd edition)

M.F. Atiyah - I.G. Macdonald "Introduction to Commutative Algebra"

D. Cox - J. Little - D. O'Shea, "Ideals, Varieties and Algorithms"

D. Eisenbud "Commutative Algebra with a view toward Algebraic Geometry"

E. Kunz "Introduction to Commutative Algebra and Algebraic Geometry"

H. Matsumura "Commutative Ring Theory"

M.Reid "Undergraduate Commutative Algebra"

Indicazioni per non frequentanti

Consultare le informazioni sul sito del corso.

Modalità d'esame

L'esame consiste in:
- prova scritta
- prova orale

Durante la prova scritta lo studente deve mostrare la propria conoscenza svolgendo esercizi che richiedono l'applicazione dei risultati presentati nel corso. Durante la prova orale lo studente deve dimostrare la propria padronanza degli argomenti del corso esponendo correttamente definizioni, teoremi e dimostrazioni, evidenziando la propria comprensione degli argomenti.
Durante il corso verranno svolte due prove in itinere (compitini), una a meta' corso ed una alla fine del corso, prima del primo appello estivo: superare le prove equivale a superare lo scritto. Chi supera le prove intermedie puo' accedere alla prova orale in un qualsiasi appello della sessione estiva.

Altri riferimenti web

Homepage di Andrea Bandini:

https://sites.google.com/site/banand207/home

Homepage di Enrico Sbarra:

http://people.dm.unipi.it/sbarra/#

Ultimo aggiornamento 31/07/2020 13:11