



# UNIVERSITÀ DI PISA

---

## GEOMETRIA E ALGEBRA LINEARE

**GIOVANNI GAIFFI**

Anno accademico 2023/24  
CdS FISICA  
Codice 718AA  
CFU 12

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
GEOMETRIA	MAT/03	LEZIONI	96	GIOVANNI GAIFFI DAVIDE LOMBARDO

### Obiettivi di apprendimento

#### *Conoscenze*

Fondamenti di calcolo vettoriale (geometrico e astratto) come si richiede in tutta la Matematica moderna.

#### *Modalità di verifica delle conoscenze*

esame scritto e orale, prove in itinere.

#### *Capacità*

tipica del ragionamento matematico: in particolare, capacità di astrazione riconoscendo strutture simili in oggetti apparentemente diversi.

#### *Modalità di verifica delle capacità*

domande e interventi in aula.

#### *Comportamenti*

non rilevante per il tipo di corso

#### *Modalità di verifica dei comportamenti*

vedi campo precedente

#### *Prerequisiti (conoscenze iniziali)*

capacità di ragionamento e deduzione logica: può essere d'aiuto aver studiato Geometria euclidea e geometria analitica nelle scuole superiori.

#### *Indicazioni metodologiche*

corsi frontali, si usano testi e delle note (reperibili on line) scritte dal docente.

#### *Programma (contenuti dell'insegnamento)*

- Vettori geometrici: somma, prodotto esterno, prodotto scalare, prodotto vettoriale, prodotto misto e scrittura in coordinate; applicazioni (distanze, angoli, aree, volumi); equazioni cartesiane e parametriche di rette e piani nello spazio.
- Assiomi di campo e di spazio vettoriale. Numeri complessi. Sottospazi, combinazioni lineari, span. Lineare indipendenza. Caratterizzazione delle basi. Ogni spazio vettoriale ha base (dimostrazione nel caso finitamente generato). Algoritmo di scambio, dimensione di uno spazio vettoriale. Somme e somme dirette. Formula di Grassmann.
- Teoria dei sistemi lineari (teorema di Roche'-Capelli, algoritmo di Gauss, rango, rango per righe=rango per colonne).
- Applicazioni lineari: nucleo, immagine, formula delle dimensioni, matrice associata. Composizione e prodotto righe per colonne. Formula del cambiamento di base (caso generale e caso della similitudine per endomorfismi). SD equivalenza. Invarianti per similitudine.
- Determinante: assiomi, gruppo simmetrico (segno di una permutazione), formula del determinante, sviluppo per righe e per colonne, matrice inversa. Teorema di Binet.
- Autovalori e autovettori: polinomio caratteristico, molteplicità algebrica e geometrica, caso reale, diagonalizzabilità, criteri di diagonalizzabilità. Indipendenza di autovettori relativi ad autovalori distinti. Polinomio minimo, caso diagonalizzabile, teorema di Hamilton-Cayley. Sottospazi invarianti, caso diagonalizzabile, criterio di diagonalizzabilità simultanea. Triangolarizzabilità.
- Prodotti scalari: matrice associata a un prodotto scalare. Formula di cambiamento di base (congruenza). Sottospazio radicale. Formula della



## UNIVERSITÀ DI PISA

---

dimensione dell'ortogonale di un sottospazio. Teorema di Lagrange e Gram-Schmidt. Teorema di Sylvester reale e complesso, segnatura. Vettori e sottospazi isotropi. Prodotti hermitiani. Operatori simmetrici ed hermitiani. Operatori ortogonali ed unitari. Teorema spettrale. Triangolarizzazione con matrici unitarie.

### Bibliografia e materiale didattico

Note scritte del docente.

Testi di consultazione: Lang, Algebra lineare.

### Indicazioni per non frequentanti

non ci sono variazioni

### Modalità d'esame

Scritto e orale.

*Ultimo aggiornamento 27/07/2023 16:33*