



UNIVERSITÀ DI PISA

EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI

SERGIO SPAGNOLO

Anno accademico 2023/24
CdS FISICA
Codice 672AA
CFU 6

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI	MAT/05	LEZIONI	48	SERGIO SPAGNOLO

Obiettivi di apprendimento

Conoscenze

Ci si propone di fornire agli studenti una conoscenza parziale ma approfondita delle principali proprietà, e relative tecniche, di varie equazioni differenziali (in più variabili) che provengono dallo studio di importanti problemi fisici.

Modalità di verifica delle conoscenze

L'esame finale è orale. Lo studente sarà richiesto di discutere alcuni aspetti fra quelli illustrati a lezione, mettendo anche in luce il suo interesse per la materia.

Capacità

Lo studente dovrebbe acquisire una buona padronanza della materia.

Modalità di verifica delle capacità

L'esame orale consentirà di verificare le capacità dello studente.

Prerequisiti (conoscenze iniziali)

Per seguire il corso in modo proficuo lo studente dovrebbe aver preliminarmente seguito i corsi di base di Analisi matematica del primo biennio, ed in particolare avere una discreta conoscenza della teoria dell'integrale e dei fondamenti dell'Analisi funzionale.

Programma (contenuti dell'insegnamento)

I - Teoria dell'integrazione (richiami). Misura e Integrale di Lebesgue. Teorema di Fubini-Tonelli. Teorema di Lebesgue sulla convergenza dominata. Assoluta continuità dell'integrale. Misure di Borel. Spazi di Banach e di Hilbert, operatori lineari, dualità. Teorema di Hahn-Banach. Elementi di Teoria geometrica della misura: curve e superfici, formula di Gauss-Green, formula della co-area.

II - Equazioni modello. Equazioni del trasporto (curve caratteristiche). Eq. di Laplace sul piano euclideo. Eq. del calore (Fourier) in una variabile spaziale. Eq. della corda vibrante (D'Alembert).

III - Analisi funzionale. Spazi L^p . Convoluzione. Mollicatori di Friedrichs e di Gauss. Delta di Dirac. Derivate deboli e spazi di Sobolev. Spazi vettoriali topologici (cenni). Spazi D , S e loro duali D' , S' (distribuzioni). Spazi di Sobolev con esponente negativo. Trasformata di Fourier su L^1 . Formula d'inversione. Trasformata di Fourier su S , S' , L^2 . Teorema di Paley-Wiener.

IV - Teoria generale delle EDP. Laplaciano in n variabili: soluzioni fondamentali. Funzioni armoniche. Teor. della media. Principio del massimo. Equazioni ellittiche di tipo generale: Problema di Dirichlet (cenni) Equazione del calore in n variabili spaziali: soluzione fondamentale, Problema di Cauchy, stima dell'energia. Equazioni astratte di evoluzione (cenni). Equazione di Schroedinger. Equazione delle onde nello spazio fisico: formula di Kirchhoff, velocità finita di propagazione, principio di Huyghens. Equazioni iperboliche di tipo generale: metodo dell'energia, buona positura negli spazi di Sobolev. Sistemi iperbolicici secondo Hadamard. Sistemi simmetrici. Sistemi strettamente iperbolicici: simmetrizzatore pseudo-differenziale (cenni). Sistema di Maxwell.

Bibliografia e materiale didattico

L. Evans, Partial Differential Equations, Graduate Stud. Math. 19, AMS 1998.
S. Spagnolo, Appunti del Corso di EDP

Modalità d'esame

L'esame è in forma orale. La frequenza alle lezioni è vivamente consigliata.

