



UNIVERSITÀ DI PISA

ALGEBRA 2

ENRICO SBARRA

Anno accademico 2017/18
CdS MATEMATICA
Codice 038AA
CFU 6

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
ALGEBRA 2	MAT/02	LEZIONI	60	PATRIZIA GIANNI ENRICO SBARRA

Prerequisiti (conoscenze iniziali)

Aritmetica, Algebra 1

Programma (contenuti dell'insegnamento)

Anelli e ideali.

Anelli e ideali. Anelli a ideali principali e a fattorizzazione unica. Operazioni su ideali di un anello commutativo unitario: somma, prodotto, intersezione, radicale. Ideali coprimi, ideale quoziente, annullatore. Ideali primi, massimali, irriducibili. Nilradicale e radicale di Jacobson. Estensioni e contrazioni di ideali. Prodotto e somma diretta di anelli. Teorema cinese del resto. Interpolazione di Lagrange. L'anello dei polinomi $A[x]$ e i suoi ideali. Spec $Z[x]$. Polinomi in più variabili. Ordinamenti monomiali. Algoritmo di divisione per polinomi in $K[x_1, \dots, x_n]$. Monoideali. Frontiera di un monoideale. Lemma di Dickson. Ideali monomiali: caratterizzazione degli ideali monomiali irriducibili, radicali, primi e primari. Basi di Groebner. Algoritmo di Buchberger. Proprietà di eliminazione dell'ordinamento lessicografico. Il risultante. Teoremi di estensione. Teorema degli zeri di Hilbert. Corrispondenza ideali varietà affini. Ideali zero dimensionali e basi di Groebner.

Moduli.

Moduli su un anello commutativo unitario. Sottomoduli e quozienti. Omomorfismi di moduli. Somma diretta e prodotto diretto di moduli. Moduli liberi, rango. Moduli finitamente generati. Teorema di Hamilton-Cayley.

Lemma di Nakayama. Moduli su PID e loro struttura: forma normale di Smith e di Hermite.

Successioni esatte. Successioni di A-moduli e di omomorfismi di A-moduli. I funtori $\text{Hom}(-, N)$ e $\text{Hom}(M, -)$. Successioni che spezzano.

Moduli proiettivi. Prodotto tensoriale. Proprietà del funtore prodotto tensoriale e moduli piatti. Estensione e restrizione di scalari. Anelli locali e semilocali. Anello delle frazioni e localizzazione di anelli e

moduli, ideali degli anelli localizzati, contrazione ed estensione, localizzazioni successive, commutatività della localizzazione rispetto al passaggio al quoziente. Esattezza del funtore $S^{(1)}$. $S^{(1)} A$ è un A-modulo piatto. Proprietà locali. Anelli e moduli noetheriani.

Teorema della base di Hilbert. Ideali irriducibili e primari, decomposizione di un ideale come intersezione di ideali primari. Anelli e moduli artiniani. Dimensione di un anello.

Bibliografia e materiale didattico

- M. F. Atiyah, I.G. Macdonald, "Introduzione all'Algebra Commutativa", trad. di P. Maroscia, Feltrinelli, Milano, 1981.
- H. Matsumura, "Commutative Ring Theory", Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1986.
- D. Eisenbud, "Commutative Algebra with a view toward Algebraic Geometry", Graduate Texts in Math., Vol.150, Springer-Verlag, 1994
- M. Reid, "Undergraduate Commutative Algebra", LMS student series, CUP1995
- D. Cox, J. Little, D. O'Shea, "Ideals, Varieties and Algorithms". Springer-Verlag, 1992.

Modalità d'esame

Una parte scritta e una parte orale.

Pagina web del corso

<http://people.dm.unipi.it/sbarra>

