TEORIA GEOMETRICA DELLA MISURA

GIOVANNI ALBERTI

Anno accademico	2019/20
CdS	MATEMATICA
Codice	225AA
CFU	6

Moduli	Settore	Tipo	Ore	Docente/i
TEORIA GEOMETRICA DELLA MISURA	MAT/05	LEZIONI	42	GIOVANNI ALBERTI

Obiettivi di apprendimento

Conoscenze
Alla fine di questo corso lo studente dovrebbe avere una solida conoscenza dei fondamenti della teoria geometrica della misura (misure di Hausdorff, caratterizzazione delle dimensioni, insiemi rettificabili) e di alcune sue applicazioni (verranno trattati uno o due dei seguneti argomenti: insiemi di perimetro finito, correnti, varifold).

Modalità di verifica delle conoscenze
Esame orale.

Capacità
Alla fine del corso lo studente dovrebbe poter comprendere almeno l'introduzione di una pubblicazione sull'argomento. Dovrebbe inoltre essere in grado di completare una dimostrazione partendo da una traccia e per quanto riguarda le dimostrazioni svolte nel corso, essere in grado di aggiungere i dettagli di omessi a lezione.

Prerequisiti (conoscenze iniziali)
I corsi standard di analisi e geometria della laurea di primo livello in Matematica a Pisa, e in particolare la teoria di base della misura e dell'integrazione secondo Lebesgue. Un corso avanzato sulle basi dell'analisi funzionale, inclusa la teoria di base degli spazi di Sobolev.

Indicazioni metodologiche
Il corso consiterà di una serie di lezioni frontali tenute in italiano o inglese, a seconda dell'audience.

Programma (contenuti dell'insegnamento)
Prima parte: le basi

- Fondamenti di teoria della misura: teoremi di ricoprimento, teorema di Radon-Nikodým, misure esterne e costruzione di Caratheodory.
- Misura e dimensione di Hausdorff e loro proprietà fondamentali. Struttura delle misure con densità d-dimensionali finita e positiva. Frattali auto-simili nel senso di Hutchinson.
- Funzioni di Lipschitz, formule di area e coarea.
- Insiemi rettificabili. Spazio tangente approssimativo a un insieme rettificabile. Criteri di rettificabilità.

Seconda parte: argomenti avanzati (verranno trattati uno o due dei seguenti)

- Funzioni a variazione limitata in più variabili (BV). Insiemi di perimetro finito: definizione, proprietà di base, compattezza. Frontiera essenziale e teorema di struttura degli insiemi di perimetro finito. Regolarità di base per gli insiemi di perimetro minimo. Applicazioni: teoremi di esistenza per il problema del Plateau (in codimensione uno) e per problemi di capillarità.
- Variazione prima dell'area (per superfici regolari). Varifold rettificabili con curvatura media in L^p, teorema di regolarità di Allard.
- Correnti. Prerequisiti di algebra multi-lineare. Definizione generale di corrente, bordo, massa. Correnti normali / rettificabili / intere. Compattezza per le correnti normali. Teorema di chiusura di Federer-Fleming per le correnti intere. Strumenti: push-forward, formula di omotopia, teorema di deformazione, slicing (e dimostrazione del teorema di chiusura di Federer-Fleming).

Bibliografia e materiale didattico

- K. Falconer: The geometry of fractal sets. Cambridge University Press, 1985.
- P. Mattila: Geometry of sets and measures in Euclidean spaces. Cambridge University Press, 1995.
- L. Ambrosio, N. Fusco, D. Pallara: Functions of bounded variation and free discontinuity problems. Oxford University Press, 2000.
- L. Simon: Lectures on Geometric Measure Theory. Proccedings of the Centre for Mathematical Analysis, vol. 3. Australian National University, 1983.
- S.G. Krantz, H.R. Parks: Geometric Integration Theory. Cornerstones. Birkha?user, Boston 2008.

Modalità d'esame

L'esame finale si divide in due parti: un seminario preparato dallo studente su un argomento proposto dal docente e un esame orale standard.

Altri riferimenti web

Pagina web del docente: http://pagine.dm.unipi.it/alberti/didattica/didattica.html

Ultimo aggiornamento 05/08/2019 16:52