UNIVERSITÀ DI PISA

ANALISI CONVESSA

CLAUDIO SACCON

Anno accademico	2019/20
CdS	MATEMATICA
Codice	093AA
CFU	6

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
ANALISI CONVESSA	MAT/05	LEZIONI	42	CLAUDIO SACCON

Obiettivi di apprendimento

Conoscenze

Il corso si propone di introdurre i principali strumenti necessari per affrontare problemi di minimizzazione per funzioni convesse, definite in spazi vettoriali di dimensione eventualmente infinita. In tale ambito è interessante sia il trovare teoremi di esistenza sia caratterizzare le soluzioni mediante condizioni di tipo “differenziale”.
Verrà dunque introdotta la nozione di convessità in un ambito sufficientemente generale per potervici poi ambientare dei problemi interessanti, verranno studiate le principali proprietà degli insiemi e delle funzioni convesse (teoremi di separazione, continuità, semicontinuità, semicontinuità debole) e verrà introdotta la nozione di sottodifferenziale ?f per una funzione convessa f (come un opportuno operatore multivoco).
Verranno poi studiate condizioni per l'esistenza di un minimo u per una funzione convessa f e l'equivalenza tra la minimalità di u e la sua stazionarietà, nel senso di 0Î?f(u); vedremo anche come quest'ultima condizione si traduca in una cosiddetta disequazione variazionale.
Esamineremo poi la nozione di dualità nei problemi di ottimizzazione convessa e le relazioni tra i cosiddetti problema primale le problema duale. (*)
Mostreremo poi delle applicazioni della teoria svolta a problemi di esistenza di soluzioni per equazioni o disequazioni variazionali ellittiche semilineari (del tipo dell’equazione di Laplace con un termine non lineare) – vedremo vari esempi con differenti gradi di irregolarità della nonlinearità.
Toccheremo anche la teoria degli operatori massimali monotoni (generalizzazione dei sottodifferenziali delle funzioni convesse) con cui si possono trattare dei problemi non variazionali.

Modalità di verifica delle conoscenze

Le verifiche si attuano nellìesame finale

Capacità

Applicare le strutture teoriche apprese a problemi più concreti come a problemi di ottimizzazione, equazioni della fisica matematica ecc.

Modalità di verifica delle capacità

Le verifiche si attuano nellìesame finale

Prerequisiti (conoscenze iniziali)

Sarebbe opportuno conoscere i rudimenti dell’analisi funzionale, che comunque verranno richiamati (vedi punto 2 della lista degli argomenti).
Verranno inoltre utilizzati, nella parte relativa alle applicazioni, gli spazi di Sobolev di cui è necessario conoscere le principali proprietà (derivata distribuzionale, spazio W^1,2, teoremi di immersione)

Programma (contenuti dell'insegnamento)

Lista degli argomenti
1 **Convessita? in dimensione finita**
Funzioni convesse di una variabile.
Funzioni convesse in dimensione finita.
Coni normali e sottodifferenziali in dimensione finita.
2 **Richiami di Analisi Funzionale**
Spazi Vettoriali Topologici localmente convessi e seminorme.
Funzioni lineari e continue su spazi v.t.l.c.
Il Teorema di Hahn–Banach
Topologie sullo spazio duale.

3 **Funzioni convesse**
Funzioni convesse su uno spazio l.c.
Convessita? e continuita?.
Sottodifferenziale, definizione e teoremi di “calcolo”, confronto con il differenziale di Gateaux.
Il principio variazionale di Ekeland.
4 **Dualita? e ottimizzazione**
Dualita? e nozione di funzione coniugata.
Ottimizzazione, problema primale e problema duale.
Esempio nel caso dell’equazione di Laplace.
Lagrangiana e punti di sella. Un teorema di mini–massimo.
5 **Operatori Massimali monotoni**
Operatori multivoci.
Operatori massimali monotoni.
L’approssimante di Yoshida.
6 **Applicazioni a problemi differenziali.**
Integrandi normali.
Esistenza di selezioni misurabili.
Funzionali definiti mediante integrali.
Problemi semilineari liberi.
Problemi semilineari con ostacolo.
Un problema singolare.

Bibliografia e materiale didattico

Il libro *Convex Analysis and Variational Problems* di I. Ekeland e R. Temam.
La prima parte del corso, fino alla dualità, coincide con il contenuto della prima parte (pagine 1-72) di questo testo.
Oltre al libro sopracitato verranno fornite delle note che copriranno la quasi totalità degli argomenti svolti.

Modalità d'esame

Prova orale

Pagina web del corso

http://pagine.dm.unipi.it/csblog1/

Ultimo aggiornamento 24/09/2019 15:18